



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
Faculdade de Engenharia-Câmpus de Ilha Solteira.
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E QUÍMICA

Apostila da disciplina
Laboratório de Física-II
(FIS 0170 e 1060)

Ilha Solteira
Última modificação 2º semestre/2008 (Prof. Joca)

Sumário

- *Prefácio;*

- *Calendário de atividades no presente semestre (Fevereiro/Julho de 2007);*

- *Recomendações da metodologia de apresentação dos relatórios;*

1º Experimento	1
EQUILÍBRIO DE UM CORPO RÍGIDO E CENTRO DE GRAVIDADE	1
2º Experimento	4
CINÉTICA E DINÂMICA DE ROTAÇÃO DE CORPO RÍGIDO	4
3º Experimento	7
MOMENTO DE INÉRCIA	7
4ª Experimento	11
MOMENTO ANGULAR	11
5- Experimento	14
PÊNDULO SIMPLES	14
Oscilador amortecido.....	17
6º Experimento	19
PÊNDULO FÍSICO OU COMPOSTO E PÊNDULO DE TORÇÃO.....	19
Pêndulo físico	19
Pêndulo de torção.....	21
7º Experimento	24
SISTEMA MASSA-MOLA	24
8º Experimento	27
DENSIDADE DE LÍQUIDOS.....	27
9º Experimento	31
PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES	31
10º Experimento	34
PRINCÍPIO DE PASCAL	34
11º Experimento	37
DILATAÇÃO TÉRMICA	37
12º Experimento	40
CALORÍMETRO DE MISTURAS	40
13º Experimento	44
CONDUTIVIDADE TÉRMICA DE METAIS	44

PREFÁCIO

Essa apostila é uma evolução de vários roteiros independentes que foram utilizados em anos anteriores e teve a importante participação de outros docentes deste departamento em sua organização, buscando oferecer aos alunos do curso em questão maior facilidade no aprendizado. Nestes últimos anos foram introduzidas algumas modificações visando manter o objetivo inicial e também resumir o conteúdo de alguns experimentos, e para isso, percebeu-se que a integração dos alunos no processo de otimização do curso como um todo tem sido muito importante. Portanto, espera-se que essa otimização continue acontecendo por meio de correções, questionamentos e sugestões que, serão sempre bem-vindas.

Assim sendo, procurou-se continuar adotando uma seqüência lógica para a abordagem física experimental, onde os conceitos teóricos pudessem ser verificados de maneira simples. Esse grau de abordagem cresce gradativamente e sincronizada com o curso teórico. Assim sendo, o curso é uma continuação do curso de Laboratório de Física I, que inicia com a introdução de um vocabulário mais adequado ao laboratório. Descrevendo como deve ser relatado de maneira científica um determinado experimento ou fenômeno físico colocando-o no devido grau de exatidão, sempre considerando a teoria de erros das medidas físicas para a interpretação dos resultados.

Agora, já com uma base mais sólida e científica, inicia-se a fase de verificação dos conceitos teóricos efetuando experimentos que tratam do equilíbrio de um corpo rígido e a dinâmica de um corpo rígido, momento de inércia, momento angular, movimentos de oscilação, verificação dos princípios de Arquimedes e Pascal, e finalmente a condutividade térmica de metais.

Com o conteúdo atual deste roteiro de experimentos, espera-se que os alunos obtenham uma suficiente base no aprendizado da parte experimental e de interpretação dos resultados através da comparação com algumas das principais leis da física envolvidas nestes experimentos. Desta forma, a nossa pequena contribuição poderá ajudar no futuro os alunos deste curso a abordar e solucionar os diferentes problemas que deverão enfrentar na seqüência de seus estudos e em sua carreira profissional.

Estrutura de apresentação dos Relatórios

A redação dos relatórios é uma constante no decorrer deste curso, portanto, a sua estrutura é fundamental e deve conter alguns itens principais para que o aluno possa ter noção da importância de realizar bem os experimentos e relatar de forma mais clara possível os procedimentos realizados. Desta forma, qualquer pessoa que venha ler este documento compreenderá a maneira que o experimento foi realizado e se for o caso até reproduzi-lo. O professor poderá apreciar e qualificar os relatórios tomando em conta os itens a seguir:

1) Capa

Deverá conter na capa o título de experimento, nome dos alunos, professor responsável e a data do experimento.

2) Objetivos do experimento

Descrever de forma bem clara e sucinta os objetivo (s) principal (is) do experimento.

3) Introdução

Escrever os fundamentos teóricos envolvidos no experimento. Neste item podem estar contidos os conceitos do desenvolvimento de alguma teoria, as relações matemáticas empregadas, etc. No caso do aluno achar necessário desenvolver com maior rigor matemático a teoria em discussão deverá fazê-lo em um capítulo a parte no final do relatório como um apêndice.

5) Metodologia ou Materiais e métodos

Nesta seção o aluno deverá descrever a montagem experimental realizada junto com o material utilizado. A metodologia não tem nada a ver com o procedimento experimental descrito nesta apostila em cada experimento. O aluno tem que descrever a metodologia utilizada para se atingir o principal objetivo do experimento.

6) Resultados e discussão

Em primeiro lugar deve ser apresentado os resultados obtidos das medidas experimentais. Desta forma, na apresentação dos resultados deveram constar com clareza os dados experimentais, gráficos, tabelas, cálculos efetuados, etc. O aluno deverá realizar uma avaliação dos principais resultados obtidos relacionando-os com os objetivos do experimento, se é possível relacionar o método empregado com outros métodos, concordância da teoria empregada e o experimento.

7) Conclusões

A conclusão fecha o trabalho, portanto, o aluno deverá escrever na sua apreciação os resultados mais importantes do experimento efetuado, fazer alguma crítica dos métodos empregados, sugestões, etc.

8) Referências bibliográficas

No possível, seguir as normas empregadas em relatórios científicos em geral.

EQUILÍBRIO DE UM CORPO RÍGIDO E CENTRO DE GRAVIDADE

1. Objetivos

- a) Estudar as condições de equilíbrio de uma barra rígida;
- b) Localizar o centro de gravidade e de massa de uma barra uniforme.

2. Introdução

Na aplicação de uma força a uma barra apoiada, chama-se de momento dessa força a tendência à rotação adquirida pela barra.

Numericamente o momento é medido pelo produto da força aplicada pela distância ao ponto de apoio. Duas condições deverão ser satisfeitas para um corpo atingir o equilíbrio sob a ação de forças coplanares:

- a) *a soma das forças componentes em qualquer direção deverá igualar-se à soma dessas mesmas forças em sentidos opostos, $\sum \vec{F} = 0$ e ainda,*
- b) *a soma dos momentos no sentido horário segundo qualquer eixo perpendicular ao plano das forças, deve ser igual à soma dos momentos no sentido anti-horário sobre o mesmo eixo, $\sum \vec{\tau} = 0$.*

Os conceitos de centro de gravidade e centro de massa não podem ser confundidos: centro de massa é o ponto de concentração de toda a massa do corpo, enquanto centro de gravidade é o ponto de aplicação da resultante de todas as forças elementares a que se sujeita cada um dos elementos de massa componentes do corpo.

Notar que, se num corpo homogêneo e com massa uniformemente distribuída variar a aceleração da gravidade (g), cada elemento de massa estará sob a ação de forças-peso distintas e o ponto de aplicação de resultante de todas essas forças não coincidirá com o centro geométrico do corpo em questão, o que não ocorrerá em relação ao centro de massas: este coincidirá com o centro geométrico. Exemplificando: imagine-se um poste vertical de altura suficiente para permitir a sensível variação da aceleração da gravidade nos seus infinitos pontos; seu centro de massa estaria em seu centro geométrico enquanto que o centro de gravidade um pouco abaixo.

3. Materiais utilizados

- Suporte balanceador;
- Massas aferidas e massas desconhecidas;
- Porta-pesos (com gancho);
- Grampo de fixação da escala;
- Tripé ou grampo de mesa;
- Régua.

4. Procedimento experimental

- 1) Ajustar a escala graduada sobre o suporte de forma a equilibrar o sistema. Anotar a leitura desse ponto tomando-a como posição de apoio;
- 2) Selecionar duas massas diferentes (50g ou mais) suspendendo por meio de um fio uma em cada lado do apoio, ajustando convenientemente a distância de forma a balancear o sistema. Anotar os valores das massas e suas posições no instante do equilíbrio;
- 3) Repetir o procedimento anterior usando diferentes posições para as massas;
- 4) Lidando agora com três massas, colocá-las em posições diferentes: 2 (duas) de um lado do apoio e a terceira do outro lado. Anotar os valores das massas e das posições quando equilibradas. Para os itens 2, 3 e 4, determinar os momentos no sentido horário e anti-horário, compará-los em cada caso calculando os erros percentuais;
- 5) Suspender certa massa desconhecida de um lado do braço da escala graduada equilibrando-a com massas diferentes (no mínimo 3) no outro braço. Anotar as posições das massas suspensas. Através da equação de equilíbrio dos momentos e calcular o valor da massa desconhecida e seu respectivo erro;
- 6) Com somente certa massa P (100 ou 200 g) pendurada próxima a uma das extremidades da escala graduada, movimentar a mesma em relação ao seu ponto de apoio até estabelecer uma situação de equilíbrio (o apoio deveria estar em algum lugar entre o centro da barra e a massa suspensa). O momento devido à massa suspensa é agora equilibrado pelo momento da barra. Anotar a posição e o valor da massa suspensa e também a nova posição de apoio da barra. Tomando momentos em relação ao apoio, calcular o peso P da escala e comparar com a massa obtida pesando em balança de laboratório. Mostrar o método de cálculo no relatório.

5. Referências bibliográficas

- Halliday, D. & Resnick, R. - Física I 3ª edição, Editora Livros Técnicos e Científicos S.A 1982.
Tipler, P. A. Física I.a. 2ª edição, Editora Guanabara Dois S.A. 1985.

CINÉTICA E DINÂMICA DE ROTACÃO DE CORPO RÍGIDO

1. Objetivo

- Determinar das equações do deslocamento, velocidade e a aceleração angular de uma esfera rolante num plano inclinado.

2. Introdução

Movimento combinado de translação e rotação de um corpo rígido.

Uma esfera rolando sob um plano inclinado pode ser entendida, em qualquer instante, como se estivesse girando em torno de um eixo perpendicular que passa pelo ponto P, conforme ilustra a Figura 1.

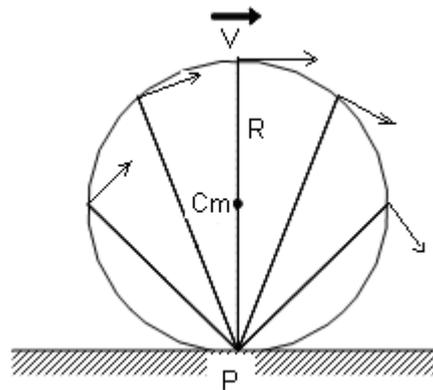


Figura1 – Esquema de uma esfera rolante

A energia cinética total é expressa por:

$$K = 1/2 I_p \omega^2 \tag{1}$$

onde, ω é a velocidade angular e I_p é a inércia rotacional ou momento de inércia da esfera, em relação ao ponto P. Pelo teorema de eixos paralelos é fácil demonstrar que o momento de inércia é igual a:

$$I_p = I_{cm} + MR^2 \tag{2}$$

E para uma esfera temos:

$$I_{cm} = (2MR^2)/5 \tag{3}$$

Assim a energia cinética, em qualquer instante será:

$$K = 1/2 mv^2 + 1/2 I_{cm} \omega^2 \quad (4)$$

onde, o primeiro termo representa a energia cinética de translação (K_{cin}) do C_m e o segundo termo a energia cinética de rotação (K_{rot}).

Então, uma esfera que rola por um plano inclinado, como ilustra a Figura 2, terá no ponto A uma energia potencial igual à mgh . Pela conservação de energia mecânica podemos obter a energia cinética rotacional, K_{rot} , no ponto B, usando a seguinte equação:

$$K_{rot} = mgh - K_{cin} \quad (5)$$

3. Materiais utilizados

- Esfera de aço;
- Trilho;
- Trena e régua;
- Cronômetro;
- Paquímetro;
- Balança semi-analítica.

4. Procedimento experimental

- Dividir o trilho em espaços de 10 em 10 cm a partir do ponto A e terminando em B;
- Colocar o trilho em posição inclinada com $\theta \leq 10^\circ$;
- Calcular o ângulo θ ;
- Posicionar a esfera na posição A (ver Figura 2);
- Liberar a esfera e cronometrar o tempo decorrido até a esfera percorrer o primeiro espaço demarcado. Repetir 5 vezes a medição;
- Proceder, analogamente, para os demais espaços demarcados (sempre a partir de A);

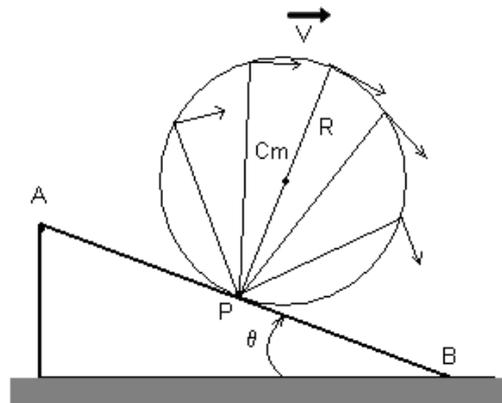


Figura 2 – Esquema de uma esfera rolando em um plano inclinado.

5. Tratamento de dados e resultados

- a) Faça um gráfico ($S \times t$) e obtenha a equação horária, $S(t)$, do centro de massa;
- b) Obtenha a equação $v_{Cm}(t)$;
- c) Qual é o valor da aceleração do centro de massa?;
- d) Qual é o valor de ω no ponto B?;
- e) Determine o momento de inércia e compare com o valor obtido através equação 3;
- f) Verifique se há conservação de energia quando a esfera rola do ponto A para o ponto B da rampa.

6. Referências bibliográficas

HALLIDAY, D. & RESNICK, E. Física I 1. 4 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., 1982.

MOMENTO DE INÉRCIA

1. Objetivo

Determinar experimentalmente o momento de Inércia de um disco.

2. Introdução teórica

Definindo-se o momento de inércia como sendo:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (1)$$

e considerando-se uniforme a distribuição de massa em todos os respectivos volumes (eixo-disco), o somatório torna-se (ver Figura 1):

$$I_{disco} = \int_{r_o}^R r^2 dm \quad (2)$$

onde r_o é o raio do furo central do disco, R é o raio do disco e dm é um elemento de massa m do disco. Resolvendo a equação (2), temos:

$$I_{disco} = \frac{1}{2} M (R^2 - r_o^2) \quad (3)$$

ou ainda, em termos de densidade:

$$I_{disco} = \frac{1}{2} \pi \rho s (R^4 - r_o^4) \quad (4)$$

onde, ρ é a densidade do material do disco ($\rho_{Al}=2700 \text{ Kg.m}^{-3}$) e s é a espessura do disco. Se r_o for muito pequeno em relação a R teremos;

$$I_{disco} = \frac{1}{2} M R^2 \quad (5)$$

Portanto, a partir das equações acima podemos determinar o momento de Inércia do disco com uma previsão de erros para uma posterior comparação com os valores obtidos experimentalmente.

Conservação de Energia Mecânica

Desprezando-se a transformação de Energia Mecânica em calor devido a possíveis

forças de atrito existente no sistema, a Energia Mecânica total do sistema é dada pela Energia Potencial:

$$E_p = Mgh \quad (6)$$

onde M é a massa do corpo, g é a aceleração da gravidade local e h a altura relativa inicial do corpo.

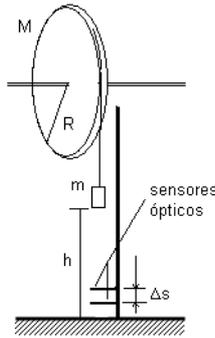


Figura 1 – Esquema do sistema usado no experimento de momento de Inércia

A partir do momento que o corpo é solto a energia potencial é transformada em energia cinética de rotação do disco e translação do corpo, isto é:

$$Mgh = K_{rot} + E_{c\,trans} \quad (7)$$

$$Mgh = \frac{1}{2}(I_{eixo} + I_{disco})\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (8)$$

sendo v e ω determinados a partir dos dados obtidos durante a queda do corpo. Como o movimento de queda do corpo é um movimento acelerado que parte de velocidade zero e termina com velocidade v , considera-se a velocidade v como sendo o dobro da velocidade média, ou seja,

$$v = 2\bar{v} = 2\frac{h}{t} \quad (9)$$

sendo t o tempo de queda do corpo.

A equação (8) não considera a energia dissipada por atrito. No entanto, para uma determinação mais rigorosa, deve-se considerar essa energia perdida por atrito. A energia dissipada pode ser determinada considerando tanto o tempo de queda do corpo (t) quanto o tempo que o disco demora até parar após o corpo ter atingido o piso (t'). Desta forma pode-se escrever a energia potencial como:

$$E_p = E_{c\,trans} + K_{rot} + E\,t \quad (10)$$

$$Mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Et \quad (11)$$

No instante que o corpo atinge o solo e, portanto, se solta do disco, este possui energia cinética K_{rot} que vai ser gasta por atrito durante o tempo t' . Portanto,

$$E = \frac{I\omega^2}{2t'} \quad (12)$$

3. Materiais utilizados

- Conjunto eixo-disco;
- Balança;
- Corpo de massa conhecida;
- Paquímetro;
- Régua;
- Trena;
- Dois cronômetros;
- Fio de nylon;
- Sargento.

4. Procedimento experimental

- Medir: todas as dimensões do disco usando paquímetro e régua milimetrada; as massas do disco e do corpo;
- Enrole, no disco, o fio de nylon que prende o corpo até o corpo atingir uma altura conveniente;
- Em seguida libere o corpo e meça o tempo de queda (t) e o tempo que o disco leva para parar de girar (t'). Repita o procedimento pelo menos 5 vezes;

Sugestões:

- Faça uma comparação do valor do momento de inércia obtido experimentalmente com aquele obtido através das equações (5);
- Verifique se houve conservação de energia mecânica.

5. Referências bibliográficas

1. HALLIDAY, D.; RESNICK, R. Física I. 4.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos. v.1. cap.12.
2. TIPLER, P.A. Física I.a. 2.ed. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1985. cap.9.
3. EISBERG, R.M. & LERNER, L.S. Física: Fundamentos e Aplicações. São Paulo, McGrawHill, 1982. v.1. cap.9.

MOMENTO ANGULAR**1. Objetivos**

Estudar os possíveis movimentos num giroscópio e determinar o momento de inércia do disco do giroscópio.

2. Introdução teórica

Giroscópio é um dispositivo constituído de um corpo rígido que pode girar em torno de um eixo móvel num referencial inercial. O giroscópio de três eixos é utilizado para demonstrar fenômenos como estabilidade direcional (Conservação do Momento Angular), precessão (aplicação de um torque externo) e nutação (efeito da velocidade). Além de suas conhecidas aplicações tecnológicas. O giroscópio é de extrema utilidade no estudo qualitativo da mecânica rotacional de corpos rígidos em geral.

Se em movimentos translacionais de uma partícula têm-se a relação $\mathbf{F}_{\text{ext}} = d\mathbf{P}/dt$, uma relação equivalente na Física de rotação de corpos rígidos é dada por:

$$\vec{\tau}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad (1)$$

onde,

$$\vec{\tau}_{\text{ext}} = \vec{r} \times \vec{F}_{\text{ex}} \quad (2)$$

é o torque externo aplicado sobre o sistema.

Na equação (1) temos ainda que:

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (3)$$

sendo que, \vec{L} é o vetor momento angular do corpo rígido, I o momento de Inércia e $\vec{\omega}$ é a velocidade angular de rotação.

A equação (1) estabelece o princípio de conservação do momento angular, isto é, na ausência do torque externo, \vec{L} é uma constante no tempo. Caso $\vec{\tau}_{\text{ext}} \neq 0$ seja aplicado continuamente sobre o sistema, ocorrerá uma variação contínua em \vec{L} .

Se no giroscópio da Figura 1, inicialmente em equilíbrio na horizontal, se aplicarmos uma rotação (w) no disco em torno do eixo x, o sistema se manterá na horizontal e na posição inicial. No entanto, se um torque for aplicado ao eixo do giroscópio, adicionando uma massa (m^*)

do lado oposto do disco, o eixo do giroscópio não tomba mas reage e gera um movimento de precessão ocorrerá no plano xy . Se a velocidade angular de rotação de precessão (w_p) for muito menor que a velocidade de rotação do disco (w) do giroscópio o movimento de nutação ocorre.

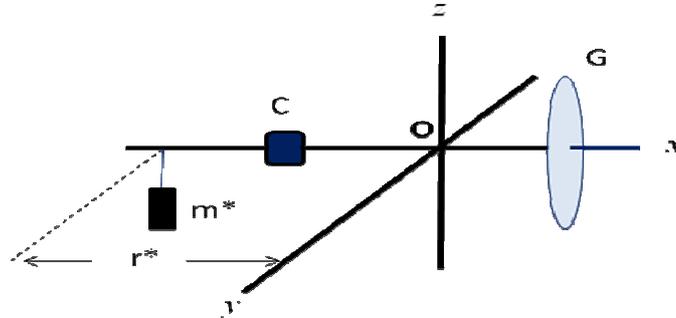


Fig. 1: Giroscópio submetido a forças: C é o contrapeso para equilibrar o giroscópio na horizontal e m^* é a massa adicional para gerar o movimento de precessão.

O módulo do momento angular do disco do giroscópio é dado por $L = I w$, onde I é o momento de inércia do disco. Ao adicionar a massa m^* a uma distância r^* induz um torque externo M^* na direção y , que é igual a variação do momento angular no tempo, ou seja,

$$M^* = m^* g r^* = \frac{dL}{dt} \quad (4)$$

Devido a aplicação deste torque externo, a direção do vetor momento angular mudará na direção fará um movimento de rotação acompanhando a rotação da precessão. Após um tempo dt o vetor momento angular rodará de um ângulo $d\phi$ de sua posição inicial. Sendo assim, podemos escrever que

$$dL = L d\phi. \quad (5)$$

A velocidade angular de precessão é dada por

$$w_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = \frac{1}{Iw} m^* g r^* \quad (6)$$

mas $w_p = 2\pi/t_p$, sendo t_p a duração de uma volta do movimento de precessão. Desta forma, podemos reescrever a equação (6) como:

$$w = \frac{m^* g r^*}{2\pi I} t_p \quad (7)$$

3. Materiais utilizados

- Giroscópio;
- Tacômetro (medidor de velocidade de rotação);
- Cronômetro digital;

4. Procedimento Experimental

Considere o esquema da Figura 2. Para todos os casos dos itens a seguir, os alunos depois de desenvolver os procedimentos pedidos no experimento devem esquematizar os vetores do momento angular (\vec{L}), velocidade angular ($\vec{\omega}$), torque ($\vec{\tau}$) e velocidade angular de precessão ($\vec{\omega}_p$) para cada situação.

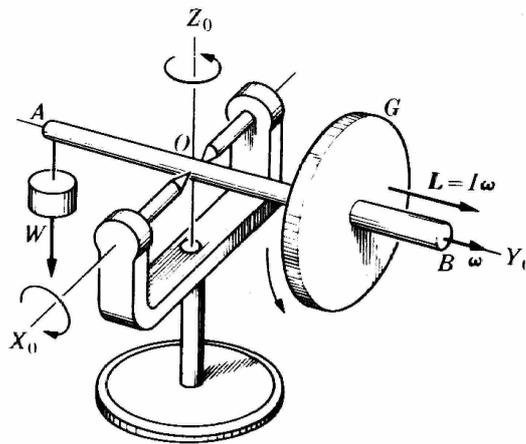


Figura 2. Esquema didático de um giroscópio de três eixos.

1. Ajuste o contrapeso tal que o eixo fique na horizontal. Gire o disco (ou volante):

a) No sentido horário (vetor w no sentido oposto ao eixo Y_o)

Observe e explique seu comportamento. Aplique uma força externa suplementar em A para baixo. Verifique e explique o comportamento do sistema. Faça o mesmo aplicando a mesma força para cima. Pressione levemente o ponto A na horizontal durante um breve intervalo de tempo t , inicialmente aplicando a força no sentido horário e posteriormente no sentido anti-horário. Faça os mesmos procedimentos acima no ponto B. Explique as reações do sistema.

b) No sentido anti-horário (vetor w no sentido do eixo Y_o)

Repetir os procedimentos do item 1.a.

2. Desequibre o sistema:

Segure o eixo na horizontal e imprima uma rotação no disco do giroscópio. Em seguida adicione uma massa do lado A de 50g e solte o eixo. Solte o sistema e meça o período de precessão usando

um cronômetro e ω , no início e no final do período, usando o tacômetro. Repita o procedimento pelo menos 5 vezes e através da equação (7) determine o momento de inércia do disco do giroscópio. Para tanto, faça um gráfico de $w \times t_p$, tomando como w a média entre a velocidade angular no início e no final do período de precessão. *Compare* o valor obtido experimentalmente com o valor obtido através da equação $I=MR^2/2$, sendo M a massa do disco e R o seu raio.

3. Cite três aplicações práticas dos conceitos envolvidos neste experimento acompanhado das explicações necessárias.

5. Referências bibliográficas

- [1]. Halliday, D.; Resnick, R. e Walker, J. - Fundamentos de Física - Vol. I LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 4ª Edição 1996 Rio de Janeiro/RJ Brasil
- [2]. Tipler, P.A. Física I.a. Editora Guanabara Dois S.A. 2ª 1985 Edição Rio de Janeiro/RJ Brasil.
- [3]. Sears, F.; Zemansky, M.W. e Young, H.D. - Física I Mecânica da Partícula e dos Corpos Rígidos LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 2ª Edição 1990 Rio de Janeiro/RJ Brasil.
- [4] Alonso M., Finn E. Física, Volume 1 Mecânica.

PÊNDULO SIMPLES**1. Objetivo**

Determinar a aceleração gravitacional usando um pêndulo simples.

2. Introdução teórica

O pêndulo simples é formado por uma partícula de massa m suspensa por um fio leve e inextensível com comprimento variável, ligado a um ponto fixo (ver figura 1). Quando a partícula é levada de uma posição de mínima energia (ponto A) para um ponto de energia mais alto (ponto B) e é abandonada (velocidade inicial nula), então, a partícula descreverá um movimento oscilatório, no plano da figura, em torno da posição A.

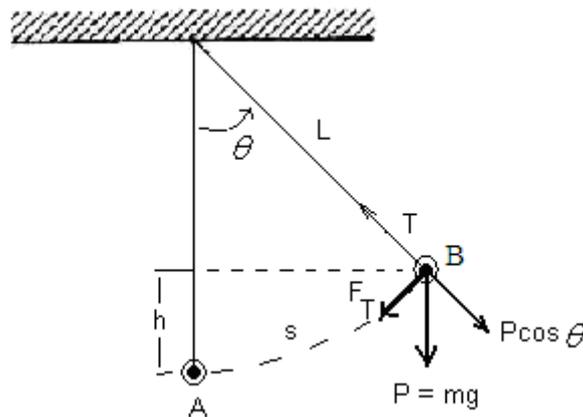


Figura 1 – Exemplo esquemático e um pêndulo simples.

Desprezando-se a resistência do ar, a resultante das forças aplicadas à massa m na direção tangencial ao arco de circunferência é expressa por:

$$F_T = mg \sin \theta \quad (1)$$

A aceleração tangencial é dada por:

$$a_T = L \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (2)$$

Pela lei de Newton podemos escrever que

$$F_T = ma_T = mL \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (3)$$

Igualando (1) e (3), teremos:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \text{sen} \theta = 0 \quad (4)$$

Simplificaremos o problema supondo que os deslocamentos angulares em torno da posição de equilíbrio não ultrapassem o valor de 15° ou $0,2618$ rad. Neste caso, pela série de Taylor ($\text{sen} \theta = \theta - \theta^3/3! + \theta^5/5! - \dots$) podemos aproximar $\text{sen} \theta = \theta$. Portanto, a equação (4) pode ser escrita como:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0 \quad (5)$$

A solução da equação (5) é do tipo:

$$\theta(t) = \theta_0 \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (6)$$

onde, $\omega^2 = g/L$ e ϕ é o ângulo da fase.

Lembrando que $\omega = \frac{2\pi}{T}$ teremos:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (7)$$

3. Materiais utilizados

- Suporte de parede;
- Cronômetro;
- Trena
- Pêndulo simples.

4. Procedimento experimental

- 1) Realizar duas contagens de tempo correspondente a dez oscilações para cada um dos comprimentos: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; 1,3 m;
- 2) Com estes resultados, preencher a Tabela 1;
- 3) Calcular $T(s) = (T_1 + T_2) / 2 \times 10$;
- 4) Construir o gráfico $T^2 \times L$ e calcular o valor de g ;
- 5) Supondo aplicável a relação $T^2 = 4\pi^2 L/g$, calcular o valor de g usando o método dos mínimos quadrados:

$$\frac{4\pi^2}{g} = \frac{N \sum L_i T_i^2 - (\sum L_i)(\sum T_i^2)}{N \sum L_i^2 - (\sum L_i)^2}, \text{ para } N = 10.$$

6) Comparar o valor de g calculado acima com o que você conhece.

Tabela 1. Medidas do período de oscilações (T) em função do comprimento (L) do pêndulo

Medida	L (m)	T ₁ (s)	T ₂ (s)	T (s)	T ² (s ²)	L ² (m ²)	LT ² (ms ²)
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
	L _i =				T ² =	L ² =	LT ² =

Oscilador amortecido

5. Objetivo

Determinar - Estudar um tipo de oscilador amortecido que oscila analogamente ao pêndulo simples;

- Determinar os seus parâmetros de movimento;
- Determinar o tempo de relaxação da oscilação.

6. Introdução teórica

A idealização que utilizamos até agora, pressupõe que o sistema oscilante está livre de forças dissipativas, permanecendo desta forma, em movimento harmônico simples por tempo infinito. No entanto, como podemos verificar, este sistema diminui a sua amplitude de oscilação

até que toda sua energia mecânica seja dissipada.

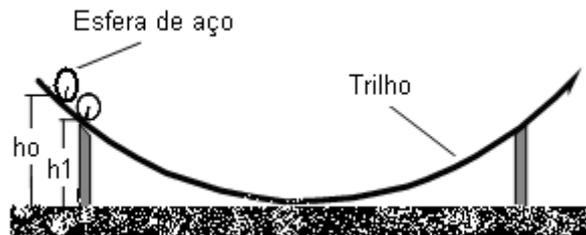


Figura 2 – Representação esquemática do oscilador amortecido usado no experimento.

Neste sistema, que chamamos de oscilador amortecido, a energia mecânica decresce com o tempo. A figura 3 apresenta o sistema que será utilizado neste experimento. Este simula um pêndulo simples onde a trajetória é forçada por um trilho com atrito (No pêndulo a trajetória é forçada pelo fio). Supondo que o amortecimento seja suficientemente pequeno podemos estimar a energia em função do tempo como sendo:

$$E(t) = m g h_0 e^{-bt} \quad (8)$$

7. Materiais utilizados

- Trilho curvado;
- Esfera sólida de aço;
- Caneta de ponta porosa;
- Régua;
- Cronômetro.

8. Procedimento experimental

a) Estimar o raio de curvatura do sistema utilizando a relação do período de um oscilador harmônico simples na seguinte forma:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \quad \text{com } g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

b) Colocar a esfera a uma altura h_0 e soltar;

c) Marcar, com a caneta ponta porosa, as alturas para cada oscilação;

d) Verificar, com o cronômetro, se o período de oscilação é constante e anotar um valor médio;

e) Fazer um gráfico de $E \times t$, em papel apropriado, e obter o valor de b . Qual é a dimensão de b e o que ela significa;

f) Obter os valores do perímetro S utilizando a relação $S=R\theta$;

g) Fazer um gráfico para $S \times T$ (onde S é o perímetro e T o período de oscilação médio);

g) Tomando os pontos de máximo no gráfico $S \times T$ determinar a expressão para $S(t)$.

4. Referências bibliográficas

1- Halliday, D.; RESNICK, R. Física. 3.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, v.1. cap.7, 1982.

2 - TIPLER, P.A. Física. 2.ed. Rio de Janeiro, Guanabara, 1985. 1v.1a. cap.5.

3- TIMONER, A.; MAJORANA, F.S.; LEIDERMAN, G.B. Práticas de Física. São Paulo, Edgard Blucher, 1976. v.1-4.

4- EISBERG, R.M. e LERNER, L.S. Física: Fundamentos e Aplicações. São Paulo, MacGraw-Hill, 1982. v.1. cap. 7.

PÊNDULO FÍSICO OU COMPOSTO E PÊNDULO DE TORÇÃO**1. Objetivos**

- Determinar o momento de inércia de um aro teórico e experimentalmente usando o pêndulo composto;
- Estudar o movimento de um pêndulo de torção e determinar a constante de mola e o módulo de elasticidade do fio.

2. Pêndulo físico**2.1 - Introdução teórica**

Qualquer corpo rígido que oscile livremente em torno de um eixo que passa pelo corpo é chamado pêndulo físico ou pêndulo composto (ver fig.1). O período de oscilação deste pêndulo é dado pela seguinte equação:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgh}} \quad (1)$$

onde, o momento de inércia do corpo, I , é dado por:

$$I = I_{Cm} + Mh^2 \quad (2)$$

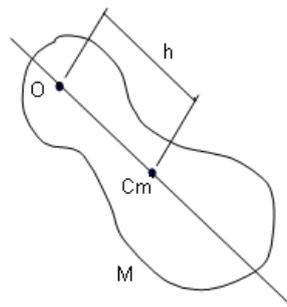


Figura 1 – Esquema de um pêndulo Físico, sendo: Cm o centro da massa, M é a massa do corpo e h a distância entre o eixo de oscilação e o centro da massa.

Em nosso experimento os Pêndulos Físicos serão aros de metais, como mostrado na Figura 2. Neste caso temos:

$$I_{Cm} = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2) \quad (3)$$

sendo, R_1 e R_2 os raios interno e externo do aro, respectivamente, e M a massa do aro.

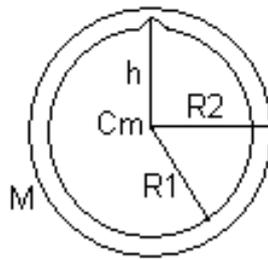


Figura 2 – Representação de um Pêndulo Composto em forma de anel.

2.2 Materiais utilizados

- Cronômetro;
- Balança;
- Trena;
- Paquímetro;
- Conjunto de 5 aros.

2.3 Procedimento experimental

- 1) Realizar duas contagens de tempo correspondente a dez oscilações para cada um dos arcos.
- 2) Medir a massa dos aros.
- 3) Fazer cinco medidas de diâmetro externo do arco (D) e obter o diâmetro médio. Repita o mesmo processo para a espessura (d) determinando a distância entre o eixo de rotação e o centro de massa de acordo com:

$$h = \frac{\bar{D}}{2} - \frac{\bar{d}}{2} \quad (4)$$

- 4) Com as medidas de T , M e h feitas nos itens anteriores, determinar o momento de inércia I através da equação (1). Adote $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
Calcule os desvios relativos percentuais para cada uma das medidas acima.
- 5) Calcule o momento de inércia para cada um dos aros partindo diretamente da equação (2). Supondo este valor calculado teoricamente o valor verdadeiro, determine o erro percentual relativamente ao valor medido experimentalmente no item 4) através de:

$$\delta_{\%} = \frac{I_{teorico} - I_{exp}}{I_{teorico}} \times 100\% \quad (5)$$

3. Pêndulo de torção

3.1 Introdução teórica

Uma vibração por torção pode ser obtida com um sistema constituído de um corpo de massa M suspenso por um fio inextensível de diâmetro d e comprimento L rigidamente preso ao seu centro de massa (C_m) como mostra a Figura 3. Este sistema é conhecido como pêndulo de torção.

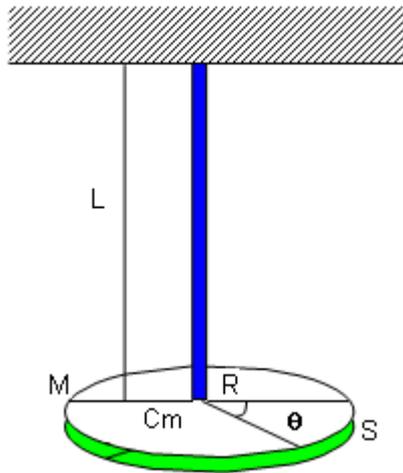


Figura 3 – Representação de um Pêndulo de Torção.

A aplicação de um torque externo faz com que o disco de raio R descreva um deslocamento angular θ e quando liberado o disco oscilará em torno do seu ponto de equilíbrio.

A massa, assim como o momento de inércia do fio é desprezada no estudo da física deste tipo de vibração. Neste fenômeno somente o comprimento e diâmetro do fio terão importância fundamental. Consideraremos também as demais condições como ideais, isto é, resistência do ar nula, inexistência de imperfeições na elasticidade do fio utilizado e temperatura constante. Deste modo, o período, isto é, o tempo necessário para completar uma oscilação é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{K_t}} \quad (6)$$

onde I é o momento de inércia da massa M e K_t é a constante de mola da torção do fio que é dada por:

$$K_t = \frac{GJ}{L} \quad (7)$$

sendo G o módulo de elasticidade do material ao cisalhamento e, L e J são, respectivamente, o

comprimento e o momento de inércia polar do fio. J é igual $\pi d^4 / 32$, sendo d o diâmetro do fio.

Qualquer uma das grandezas T , I e K_t são determinadas, caso as duas outras tenham sido definidas numericamente. Da mesma forma se tivermos os valores de L e d , poderemos determinar o valor de G .

3.2 Materiais utilizados

- Cronômetro;
- Balança;
- Trena;
- Paquímetro;
- Conjunto de fios de diferentes materiais (aço, cobre e latão);
- Suporte para o Pêndulo de Torção.

3.3 Procedimento experimental

- a) Determine I_{CM} do corpo do pêndulo de torção;
- b) Determine J do fio de torção;
- c) Determine o período de oscilação do pêndulo considerando um número grande de ciclos;
- d) Repita o procedimento do item c para diferentes comprimentos do fio. O que você pode concluir com essa variação?;
- e) Meça L e d do eixo de torção;
- f) Determine o valor de K_t ;
- g) Determine o valor de G do material do fio utilizado;
- h) Compare com os valores encontrados na literatura e calcule o $\delta\%$.

4. Referências bibliografia

- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. 3.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1982, v.2.
- EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1982. v.1.
- TIMOSHENKO, S.; YOUNG, D.H. Dinâmica: Mecânica Técnica. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1975. v.2.
- Handbook - $G_{\text{Latão}} = 3,5 \text{ a } 4,1 \cdot 10^{11} \text{ dina/cm}^2$ - $G_{\text{cu}} = 4,1 \text{ à } 4,7 \cdot 10^{11} \text{ dina/cm}^2$ - $G_{\text{aço}} = 7,3 \text{ à } 8,3 \cdot 10^{11} \text{ dina/cm}^2$.

Tabela I: Pêndulo composto.

Laboratório de Física II

Aro	M (g)	D (cm)	d (cm)	H (cm)	T₁ (s)	T₂ (s)	T (s)	IT (g.cm²)	IE (g.cm²)	δ_r%
#1										
#2										
#3										
#4										
#5										

Tabela II: Pêndulo de torção.

Fio	L (cm)	d (cm)	T (s)	J (cm⁴)	Kt (dina.cm)	G (dina.cm⁻²)
latão						
cobre						
aço						

SISTEMA MASSA-MOLA**1. Objetivos**

Determinar a frequência de oscilação de um oscilador harmônico através de vários experimentos que utilizam o sistema massa-mola;

2. Introdução teórica

O oscilador harmônico é um sistema muito utilizado. Esse é um modelo de sistemas macroscópicos, como vibrações na rede (fônons), e microscópicos do átomo, sendo ainda um dos poucos sistemas físicos que tem solução exata.

A força restauradora que atua sobre uma massa M presa a uma mola de constante K é:

$$F = -Kx \quad (1)$$

onde, x é o alongamento da mola (ver Fig. 1).

A velocidade da massa é: $v = dx/dt$ e a aceleração $a = dv/dt = d^2x/dt^2$. Pela 2ª lei de Newton:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{M}x = 0 \quad (2)$$

A equação (2) não é totalmente satisfatória, pois, não permite alcançar o objetivo básico: prever o movimento. Assim, devemos transformar a equação no tipo $x = f(t)$.

Em cálculo aprenderemos resolver equações diferenciais. No laboratório usaremos o método empírico. Sabemos que um corpo preso a uma mola irá oscilar. Sabemos também que as funções seno e/ou co-seno descrevem oscilações. Tentemos então a função:

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (3)$$

sendo ω_0 a frequência angular.

Substituindo x e sua segunda derivada em (2) obtém-se que

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} \text{ ou } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (4)$$

Para sistemas com mais de uma massa (exemplo: duas massas presas por uma mesma mola), a

massa m na equação (4) deve ser substituída pela massa reduzida ($\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$)

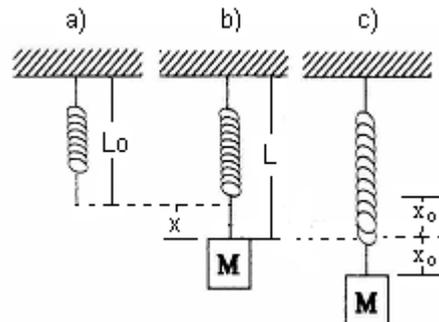


Figura 1 – Sistema massa mola: (a) e (b) usado para obter K da mola e (c) como oscilador vertical.

L_0 = comprimento da mola livre;

L = comprimento da mola no equilíbrio.

O aluno deverá verificar que o x_0 é a amplitude do movimento e que, se x tiver um valor x_1 para $t = t_1$, repetirá este valor toda vez que $t = t_n$, sendo $t_{n+1} = t_1 + n \cdot 2\pi / \omega_0$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$). $2\pi / \omega_0$ é o período (T) de oscilação e seu inverso é a frequência (f). Quando T é medido em segundos f será medida em Hertz ($1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$).

3. Materiais utilizados

- Massas;
- Molas;
- Trilho de ar;
- Compressor de ar;
- Cronômetro;
- Balança;
- Escalas (mm).

4. Procedimento experimental

Determine a massa dos carrinhos e chame-as de m_1, m_2 .

- Determine a constante de mola através de um alongamento estático ($Kx = mg$) usando o sistema vertical (Fig. 1) e massa m_1 ;
- determine a frequência de oscilação do sistema massa mola usando o mesmo carrinho do item (a) e o sistema vertical;

- c) com o mesmo carrinho, determine a frequência de oscilação usando o sistema horizontal (Fig. 2a). Compare o valor obtido com aquele obtido no item anterior e com aquele da equação (4);
- d) usando duas massa diferentes (use $m_2 \approx 160$ g e $m_3 \approx 200$ g), determine a frequência de oscilação do sistema horizontal da figura 2b e compare o valor obtido através equação (4), lembrando que M é a massa reduzida do sistema;
- e) usando um carrinho com massa $m = m_2 m_3 / (m_2 + m_3)$, determine a frequência de oscilação para o sistema horizontal. Compare com o valor obtido no item anterior.

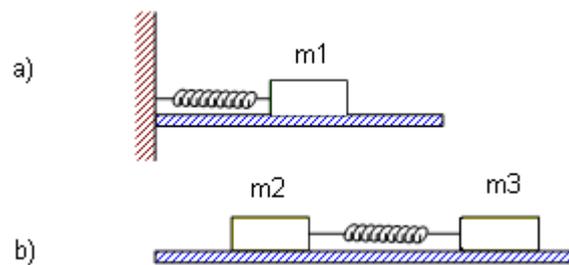


Figura 2 – Esquema de osciladores massa mola na horizontal.

5. Referências bibliográficas

EISBERG, R.M.; LERNER, L.S. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1982. v.1.

Halliday, D.; Resnick, R. - Física - Vol 2, Rio de Janeiro, Livros técnicos e Científicos.

8º Experimento

DENSIDADE DE LÍQUIDOS

1. Objetivos

Determinar a densidade de líquidos através da lei de Stevin.

2. Introdução

A densidade de um líquido varia geralmente muito pouco, mesmo quando submetido a pressões consideráveis. Só para se ter uma idéia, a densidade da água aumenta apenas 0,5% quando a pressão varia de 1 a 100 atm, a temperatura ambiente. Podemos, portanto, com muita boa aproximação, tratar um líquido, na estática dos fluídos, como um fluído incompressível definido por: $\rho = \text{constante}$.

3. Teoria

Sabe-se que para forças conservativas vale a relação:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U \quad (1)$$

onde U é a energia potencial no campo de forças F .

Seja μ a densidade de energia potencial correspondente (energia potencial por unidade de volume) tem-se:

$$\vec{f} = \frac{\vec{F}}{\Delta V} = -\vec{\nabla}\mu = -\vec{\nabla}p \quad (2)$$

sendo $\vec{\nabla}p$ o gradiente da pressão. Desta equação conclui-se que $p = -\mu + \text{constante}$.

A superfície livre de um líquido em contato com a atmosfera é uma superfície isobárica, pois todos os seus pontos estão submetidos à pressão atmosférica. Assim, a superfície livre dos oceanos é uma superfície esférica equipotencial. Se nos limitarmos à escala do laboratório, na vizinhança da superfície da terra, a energia potencial de uma massa é mgh , de forma que a densidade de energia potencial de um fluído de densidade ρ é:

$$\mu = \rho gh, \text{ ou seja, } p(h) = -\rho gh + \text{constante} \quad (3)$$

A variação infinitesimal da pressão em função de h fornece a relação $dp/dh = -\rho g$, onde ρg é a densidade de força gravitacional. Integrando esta relação entre os pontos h_1 e h_2 , temos:

$$p(h_2) - p(h_1) = -\rho g(h_2 - h_1) \quad (4)$$

Pela Figura 1, $p(h_1) = p_0 =$ pressão atmosférica. Portanto:

$$p = p_0 + \rho g \Delta h \quad (5)$$

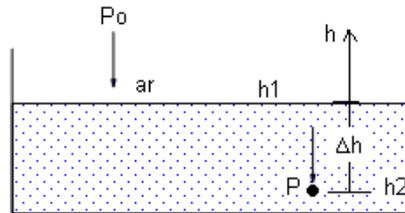


Figura 1 – A pressão aumenta com a profundidade h abaixo de h_1 .

Lei de Stevin: “A pressão no interior de um fluido aumenta linearmente com a profundidade.”

Se um recipiente é formado por diversos ramos que comunicam entre si, continua valendo que a superfície livre de um líquido que ocupa as diferentes partes do recipiente é horizontal, ou seja, o líquido sobe à mesma altura h em todos os ramos do recipiente.

Se em dois ramos de um tubo em U temos dois líquidos de densidades diferentes $\rho_1 \neq \rho_2$, que não se misturam, eles subirão a alturas diferentes em relação a um plano AB que passa pelo mesmo fluido.

Na Figura 2, se p é a pressão sobre AB, tem-se:

$$p = p_0 + \rho_1 g h_1 = p_0 + \rho_2 g h_2 \quad (6)$$

ou

$$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1 \quad (7)$$

Experimentalmente vamos medir h_1 e h_2 e determinaremos ρ_2 uma vez que ρ_1 é conhecido.

3. Materiais utilizados

- Tubo na forma de U;
- Suporte;
- Escala;
- Balança;
- Régua;
- Seringa de injeção ou funil;
- Óleo;
- Proveta.

4. Procedimento experimental

a) Com o uso do suporte, fixe o tubo em U na vertical e com o auxílio de um funil, coloque um

pouco de água até uma altura qualquer (10 cm aproximadamente);

b) Com a seringa coloque aproximadamente 10 cm^3 (pode ser menos) de óleo em um dos ramos e anote os valores de h_0 , h_1 e h_2 (anote os resultados na Tabela I);

c) Aumente a quantidade de óleo em seu respectivo ramo, determinando as alturas e anotando os valores na Tabela I;

d) Repita o procedimento até preencher a Tabela 1;

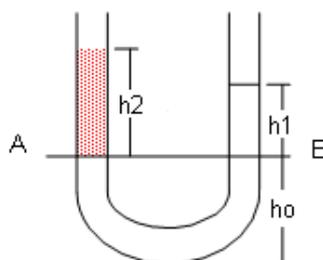


Figura 2 – Tubo em U contendo líquidos em equilíbrio estático.

e) Usando os dados contidos na Tabela I, faça um gráfico de h_2 em função de h_1 e determine a densidade do óleo.

Tratar os resultados usando teoria de erros.

Tabela I - Resultados obtidos no experimento de hidrostática.

Nº medidas	$(h_0 + h_1)$ cm	$(h_0 + h_2)$ cm	h_0 (cm)	h_1 (cm)	h_2 (cm)
1					
2					
3					
4					
5					
Média					

4. Referências bibliográficas

- Halliday, D.; Resnick, R. - Física - Vol 2, Rio de Janeiro, Livros técnicos e Científicos.
- Sears, F. ; Zemansky, M.W., Young, H.O. - Física , Vol 2, Rio de Janeiro, Livros técnicos e Científicos.
- Tipler, P.A. - Física - Vol 1b. 2ed. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1985.

9º Experimento

PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES

1. Objetivos

Determinar a densidade de um corpo.

2 - Introdução

Um corpo imerso num líquido tem peso aparente menor do que seu peso verdadeiro. Se este corpo possuir densidade média menor do que a do líquido, este flutuará com uma parte imersa e outra emersa. Tais fatos são explicados pelo Princípio de Arquimedes. Este princípio estabelece que um corpo, total ou parcialmente imerso num fluído, sofrerá a ação do Empuxo que é uma força para cima, perpendicular a superfície do líquido e cujo módulo é dada pela equação:

$$E = \rho g V_d \quad (1)$$

onde, ρ é a densidade do fluído e V_d é o volume do fluído deslocado.

O empuxo é a resultante de todas as forças aplicadas sobre o corpo imerso num líquido. Sabe-se da estática de fluidos que a pressão é tanto maior quanto maior for a profundidade num meio líquido (lei de Stevin), ou seja, $P = \rho gh$. Se esta pressão é exercida sobre toda a superfície de um corpo imerso, é evidente que, a resultante será uma pressão de baixo para cima. (Figura 1).

$$h_2 > h_1 \quad (2)$$

$$P_1 = \rho gh_1 \quad (3)$$

$$P_2 = \rho gh_2 \quad (4)$$

$$P_3 = P_4 \quad (5)$$

Como: $h_1 > h_2 \rightarrow P_2 > P_1$.

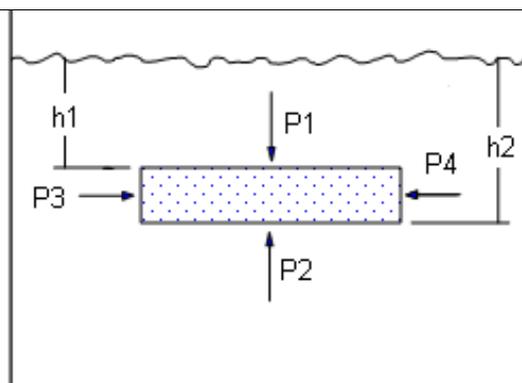


Figura 1 – Esquema das forças aplicadas em um corpo imerso em um fluido.

O ponto de aplicação do Empuxo C é conhecido como centro de Empuxo ou centro de carena (ou quarena). Este é o centro de gravidade da parte submersa do corpo. Quando o corpo está totalmente imerso, $C = G$, onde G é o centro de gravidade do corpo. Por outro lado, para corpos flutuantes o C estará abaixo de G . Neste caso, quando o corpo flutuante oscila com certo ângulo θ , C também oscilará, descrevendo um arco de circunferência com o centro em um ponto M conhecido como meta centro. O meta centro é fundamental no estabelecimento de equilíbrio de corpos flutuantes, a saber:

- a) Estável : M acima de G .
- b) Instável : M abaixo de G ;
- c) Indiferente : $M = G$

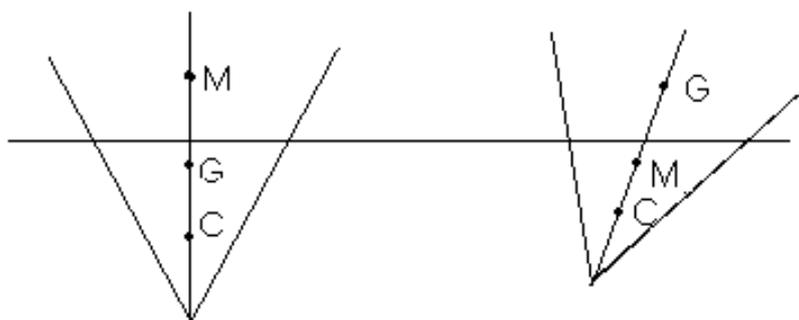


Figura 2 – Equilíbrio de um corpo flutuante

3. Materiais utilizados

- Mola;
- Massas de chumbo de diferentes dimensões;
- Escala;
- Proveta;
- Água;
- Tubo de ensaio;
- Béquero.

4. Procedimento experimental

1- Determinação do empuxo sobre um corpo totalmente imerso em água.

a) Determine K de uma mola medindo a elongação sofrida pela mola quando uma massa qualquer é suspensa;

b) usando o mesmo sistema do item anterior, porém agora com o corpo totalmente imerso em água, determine a elongação x' e o volume deslocado (V_d).

As forças aplicadas sobre este corpo imerso são $F_1 = Kx'$, $E = \rho g V_d$ e o peso $W = mg$, de tal forma que:

$$W = F_1 + E \quad (6)$$

Desta equação de equilíbrio é fácil demonstrar que

$$V_s = \frac{K}{(\rho_s - \rho_L)} x' \quad (7)$$

sendo V_s o volume do sólido, ρ_s e ρ_L a densidade do sólido e do líquido, respectivamente;

4. Bibliografia:

- SEARS, F.; ZEMANSKY, M. W. e YOURY, H. D. Física: Mecânica dos Fluídos - Calor - Movimento Ondulatório. 2 ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1984. v.2. cap. 12.
- HALLIDAY, D. e RESNICK, R. Física 2. 2.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1982, cap. 17.
- AZEVEDO NETO, J.M., Manual de Hidráulica. 6. ed. São Paulo, Edgard Bluche, 1977, v.1.

10º Experimento

DILATAÇÃO TÉRMICA

1. Objetivos

- Determinar os coeficientes de dilatação térmica linear de alguns materiais.

2. Introdução

Quando um sólido é submetido a uma variação de temperatura ΔT , verifica-se experimentalmente que as suas três dimensões sofrem variações. No entanto, dependendo da geometria do sólido, uma ou até duas dimensões apresentam variações desprezíveis. É o caso dos tubos metálicos finos e longos.

A partir de constatações empíricas, podemos afirmar, em termos de dilatação térmica linear, que:

- a) A variação do comprimento é diretamente proporcional a variação da temperatura, ΔT ;
- b) A variação do comprimento é diretamente proporcional ao seu comprimento inicial, L_0 ;
- c) A variação do comprimento depende do material, ou seja, do coeficiente de dilatação linear α do material;
- d) Para o mesmo material, o coeficiente de dilatação depende da faixa de variação da temperatura ΔT (ex. 0 a 100°C).

Assim, temos:

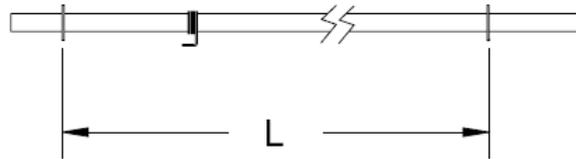
$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad (1)$$

3. Materiais utilizados

- Tubo de ensaio;
- Tubos de diferentes materiais (latão, cobre e alumínio);
- Rolha de látex;
- Relógio comparador (medidor da dilatação);
- Termopar (sensor para medida de temperatura);
- Conectores diversos;
- Tripé;
- Multímetro.

4. Procedimento experimental

a) Meça o comprimento L do tubo na temperatura ambiente, conforme figura abaixo;



b) Monte o tubo no aparato experimental conforme indica a figura 1. A base do contato do micrômetro deverá estar apoiada no anel de fixação do tubo;

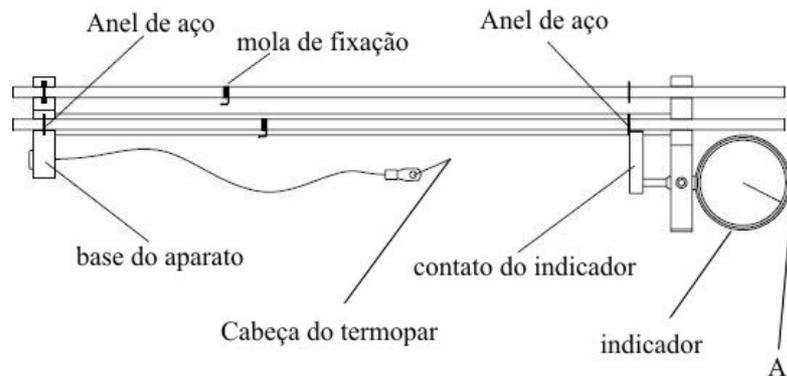
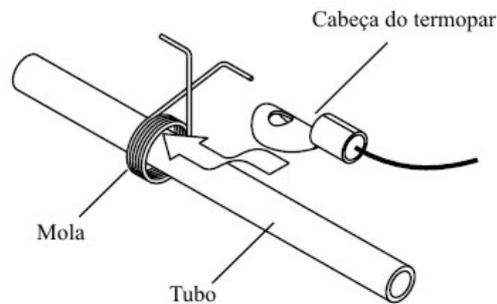


Fig. 1: Aparato experimental utilizado para medidas de expansão térmica.

c) use a mola de fixação para fixar a cabeça do termopar aproximadamente na metade do comprimento do tubo, conforme a figura abaixo;



d) Zerar a escala do micrometro de pressão. Para tanto, desaperte o parafuso (A) lateral do indicador que fixa a escala e, em seguida, gira a escala colocando em zero a posição do ponteiro do indicador. Leia a temperatura no multímetro (T_i). Em seguida, acenda a lamparina (ou bico de Bunsen) e posicione o fogo bem próximo do recipiente de água.

Método 1. Observar o deslocamento do ponteiro do micrometro. Quando o aquecimento do tubo esteja estabilizado depois de certo tempo anote o valor do deslocamento do ponteiro (isto equivale

Laboratório de Física II

ao valor da dilatação ΔL) e a temperatura final que o sistema estabilizou (T_f). Então $\Delta T = T_f - T_i$.
Calcular o valor do coeficiente de expansão do tubo com os dados acima.

Método 2 (gráfico dos dados). Depois que o sistema estabilizou e realizado as medidas acima (Método 1), retire a fonte de calor. O sistema começará a esfriar. Durante o esfriamento colete os valores da resistência e do deslocamento do ponteiro do micrometro. (sugestão: de 5 em 5°C). Faça um gráfico de ΔL versus ΔT . Da inclinação da reta encontrada calcular α , o coeficiente de expansão térmica do material.

Portanto, os valores de ΔT , ΔL e L_o conhecidos, servirão para determinar o valor de α para cada material na respectiva faixa de temperatura (temperatura ambiente até 100 °C). Compare os valores de α obtidos pelo método 1, método 2 e valor fornecido na literatura, para cada material.

Tabela 1: Dados obtidos

Material	L (mm)	ΔL (mm)	Ti (°C)	Tf (°C)
Cobre				
Latão				
Alumínio				

Tabela 2. Valores do coeficiente de dilatação térmica dos materiais analisados.

Material	α (°C) ⁻¹ (literatura)
Alumínio	22×10^{-6}
Cobre	17×10^{-6}
Latão	19×10^{-6}

5. Referências Bibliográficas

- [1]. Halliday, D.; Resnick, R. e Walker, J. - Fundamentos de Física - Vol. II LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 4ª Edição 1996 Rio de Janeiro/RJ Brasil.
- [2]. Tipler, P.A. - Física - Vol. 1b Editora Guanabara Dois S.A. 2ª Edição 1985 Rio de Janeiro/RJ Brasil.
- [3]. Sears, F.; Zemansky, M. W. e Young, H. D. Física: Mecânica dos Fluidos - Calor - Movimento Ondulatório. Vol. II LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. 2ª Edição 1984 Rio de Janeiro/RJ Brasil.

11º Experimento

CALORÍMETRO

1. Objetivos

- Determinar o calor específico de sólidos (Alumínio e Cobre) usando o método das misturas.

2. Introdução teórica

Do ponto de vista prático, quando permitimos dois ou mais corpos trocarem calor até atingirem o equilíbrio térmico, o fazemos dentro de um dispositivo chamado calorímetro, que evita as trocas de calor com o meio externos. O calorímetro permite que determinemos experimentalmente o calor específico de uma substância (c_x).

Basicamente, um calorímetro é constituído de um vaso calorimétrico metálico, revestido de material isolante para evitar troca de calor com o ambiente externo. Além disso, ele possui uma tampa que permite fechá-lo perfeitamente. Um termômetro, que fica sempre imerso, assinala a temperatura da água contida no calorímetro.

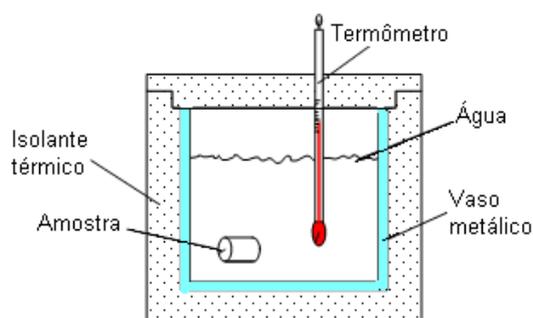


Figura 1 – Diagrama de um Calorímetro de Misturas

Para aumentar a temperatura de um corpo homogêneo deve-se fornecer calor ao mesmo. A transferência de calor é garantida pelo princípio termodinâmico que diz: "O fluxo de calor é sempre do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura". A quantidade de calor (Q) transferida é proporcional à massa (m) do corpo e a variação de temperatura (ΔT). Algebricamente temos:

$$Q = c m \Delta T \quad (1)$$

onde, c é o calor específico.

Deve-se notar que o calor específico é uma propriedade da substância, e, portanto, é uma importante constante física. Podemos definir ainda a capacidade calorífica (C) de um sistema como sendo:

$$C = c m \quad (2)$$

No método das misturas, geralmente se aquece uma amostra do material em estudo e depois a coloca num vaso calorimétrico com água fria (temperatura ambiente). Sendo Q_{cal} , $Q_{\text{água}}$ e Q_x as quantidades de calor trocadas pelo calorímetro, pela água e pelo corpo x , respectivamente. Temos, portanto, para o conjunto, calorímetro-água-corpo (termicamente isolado) a seguinte equação:

$$Q_{\text{cal}} + Q_{\text{água}} + Q_x = 0 \quad (3)$$

Tendo em vista a equação fundamental da calorimetria e admitindo que não haja mudanças de fase de nenhum dos elementos do conjunto, a equação 3 pode ser escrita, no equilíbrio térmico, como sendo:

$$m_{\text{cal}} c_{\text{cal}} \Delta T_{\text{cal}} + m_a c_a \Delta T_a + m_x c_x \Delta T_x = 0 \quad (4)$$

ou

$$C(T_e - T_a) + m_a c_a (T_e - T_a) + m_x c_x (T_e - T_x) = 0 \quad (5)$$

ou seja:

$$c_x = \frac{(C + m_a c_a)(T_e - T_a)}{m_x(T_x - T_e)} \quad (6)$$

onde:

m_a = Massa de água;

m_x = Massa da amostra do sólido;

T_e = Temperatura de equilíbrio térmico;

$T_a = T_{\text{cal}}$ = temperatura inicial da água;

T_x = Temperatura inicial da amostra;

c_x = Calor específico da amostra;

C = Capacidade calorífica do calorímetro;

c_a = calor específico da água ($= 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$).

3. Materiais utilizados

- Calorímetro de misturas;
- Balança;
- Pinça;
- Termômetro;
- Sistema de aquecimento;
- Béquér;
- Amostras de sólidos (Al e Cu);
- Bico de bunsen.

4. Procedimento experimental

4.1 Determinação da capacidade calorífica C do conjunto calorimétrico

- Colocar no vaso calorimétrico uma certa massa de água m_a ($\approx 150\text{g}$) a uma temperatura T_0 , ambiente, e deixar o sistema entrar em equilíbrio;
- Aquecer outra quantidade de água m_1 ($\approx 150\text{g}$) à temperatura T_1 ($\approx 100^\circ\text{C}$). Ler sempre a temperatura da água em ebulição antes de adicionar no calorímetro;
- Introduzir rapidamente a massa m_1 de água no calorímetro e ler a temperatura T_e máxima que o conjunto atinge;
- Repetir o experimento 5 vezes e calcular C e o desvio médio das medidas.

Obs.: Para facilitar o trabalho, meça inicialmente a massa do calorímetro sem água, com água à temperatura ambiente e do conjunto todo após adicionar água quente. Desta forma, permite que a água quente possa ser adicionada diretamente ao calorímetro, assegurando que a sua temperatura inicial seja a mesma de quando estava na vasilha aquecida ao fogo.

4.2 Calcular o calor específico dos sólidos

- Colocar no calorímetro uma massa da água m_a ($\approx 150\text{g}$) à temperatura T_0 ;
- Aquecer separadamente o corpo cujo calor específico se quer determinar. Isso pode ser feito colocando-se o corpo imerso em um recipiente com água aquecida. A temperatura inicial do corpo deverá ser tomada como sendo igual à temperatura de estabilização do sistema água+corpo;
- Introduzir rapidamente o sólido no calorímetro e esperar a temperatura estabilizar. Anotar o máximo valor de temperatura do conjunto e calcular o valor de c_x ;

Repita o processo 3 vezes para cada sólido e compare o valor do calor específico encontrado para cada sólido com aquele da literatura. ($c_{\text{Al}} = 0,22 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$ e $c_{\text{Cu}} = 0,093 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$).

5. Referências bibliografia

- Física geral e experimental - José Goldemberg - Companhia Editora Nacional - São Paulo.
- Física - Sears, Zemansky, Young - Vol 2 - Livros Técnicos e Científicos Editora.
- Fundamentos de Física - Halliday-Resnick - Vol 2 - Livros Técnicos e Científicos Editio.

Tabela I. *Medidas experimentais para a determinação da capacidade calorímetro.*

m_{cal} (g)	$m_{\text{cal}} + m_{\text{a}}$ (g)	$m_{\text{cal}} + m_{\text{a}} + m_{\text{aquente}}$ (g)	T_o (°C)	$T_{\text{a quente}}$ (°C)	T_e (°C)

Tabela I. *Medidas experimentais para a determinação do calor específico dos sólidos.*

Material	$m_{\text{cal}} + m_{\text{a}}$ (g)	$m_{\text{cal}} + m_{\text{a}} + m_{\text{sólido}}$ (g)	T_o (°C)	$T_{\text{sólido}}$ (°C)	T_e (°C)
Alumínio					
Cobre					

CONDUTIVIDADE TÉRMICAS DE METAIS

1. Objetivo

- Determinar a condutividade térmica de metais.

2. Introdução teórica

Os fenômenos de transporte, causados pelo processo de difusão, são facilmente reconhecíveis. Como exemplo pode tomar o odor de um perfume que se espalha pelo ambiente ou ainda, o processo de difusão térmica em um sólido.

A seguir procuraremos descrever a situação ideal de um gás contido numa caixa, a fim de ilustrar de modo simples, este processo. Admita que a caixa que contém o gás possua, internamente uma parede móvel, que separa a caixa em duas regiões A e B, figura 1. Suponha ainda, que a temperatura na região A (T_1) seja maior que a temperatura da região B (T_0).

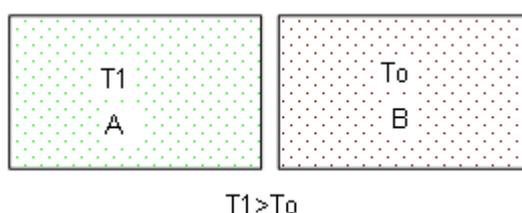


Figura 1 – Diagrama da caixa com gás usado no modelamento teórico da condutividade térmica.

Removendo-se a parede interna, moléculas, passam da região A para a região B e vice-versa. Esta troca de moléculas entre as regiões A e B terá, no decurso do tempo, nenhuma influência sobre o número de moléculas das duas regiões. Em média um mesmo número de moléculas, vai, num determinado intervalo de tempo, de A para B como de B para A. Entretanto, como a temperatura de A era inicialmente maior que a de B, a energia cinética média das moléculas que vão de A para B é maior que a energia cinética média daquelas que caminham de B para A. Isto significa que, com o passar do tempo, a energia da região B irá aumentar às custas de uma redução da energia da região A. Diz-se que houve, neste caso, um transporte efetivo de energia (térmica) de A (região quente) para B (região fria). Microscopicamente dizemos que ocorre condução térmica sempre que a temperatura num dado material condutor

variar de ponto para ponto. Nestes casos, a transferência de energia, na forma de calor, se processa espontaneamente no sentido em que a temperatura decresce. A tendência deste mecanismo é igualar a temperatura de todo material condutor. É com base nesta tendência que descrevemos o método para se estudar a condutividade térmica em metais. Nestes casos, o mecanismo detalhado da condução térmica é bem mais complexo. Por se tratar de um sólido haverá não só a participação da rede cristalina, através de suas vibrações, como também dos elétrons que constituem o chamado "gás eletrônico".

2.1 - Esquema teórico do problema de condução térmica

Os fenômenos de transporte de calor pelo processo de condução térmica, em condições estacionárias, são regidos por uma lei muito simples, conhecida pelo nome de "LEI DE FOURIER". Esta pode ser escrita na forma:

$$j = -K \Delta T \quad (1)$$

onde, j representa o vetor densidade de corrente de energia térmica (ou simplesmente densidade de energia), gerada por diferenças de temperaturas nos vários pontos do material e que determinam um gradiente de temperatura diferente de zero. K é um coeficiente positivo, característico de cada material, denominado coeficiente de condutividade térmica.

Cumprir observar que a LEI DE FOURIER é análoga à segunda *lei de Fick* que rege os processos de difusão molecular e que ela independe do mecanismo detalhado do processo de transferência de calor por condução térmica.

A utilização desta lei, no método experimental proposto, permitirá a medida de uma grandeza macroscópica, de natureza estatística, resultando de um grande número de processos individuais, na escala atômica.

Para se aplicar com vantagem o esquema teórico descrito pela LEI DE FOURIER a uma determinada situação experimental devemos torná-la, tanto quanto possível, próxima de uma situação ideal simples. As primeiras simplificações ocorrem quando:

- a) as fontes quente e fria são extensas e de temperaturas uniformes;
- b) se considera um meio condutor, e forma geométrica simples, por exemplo, uma barra metálica cilíndrica tendo suas extremidades em contato direto com as fontes quente e fria;

c) se utiliza de certos artifícios experimentais que permitam garantir que o processo de condução térmica da fonte quente para a fonte fria se efetua unicamente através da barra condutora.

d) se evita perdas de calor através das paredes laterais da barra condutora;

e) se tomam precauções para que uma das fontes de calor mantenha temperatura constante durante todo o tempo de duração da experiência. Isto se consegue facilmente fazendo com que a fonte fria seja uma mistura de gelo picado + água.

Nas condições especificadas anteriormente, o transporte de calor efetuar-se-á de forma contínua e lenta. Como a temperatura da fonte fria deverá permanecer constante durante toda a experiência, o processo irá contribuir para esfriar a fonte quente. Toma-se como fonte quente determinada quantidade de água pura, previamente aquecida e colocada no recipiente de um calorímetro de boa isolamento térmica. Fazendo com que a temperatura inicial da fonte quente, seja elevada, até um pouco abaixo da temperatura de ebulição da água, então, a temperatura desta fonte quente (calorímetro) irá diminuir gradativamente no decorrer do tempo. Para se analisar teoricamente este processo, admitir-se-á que ele seja constituído por uma sucessão de numerosos processos estacionários de curta duração, durante cada um a temperatura da fonte quente pode ser considerada constante. É o que se convencionou chamar, comumente, de regime quasi-estacionário. Neste, "a densidade de corrente de energia térmica através de qualquer secção reta da barra é constante".

Entende-se por "corrente de energia" a razão dQ/dt onde dQ é a quantidade de energia que atravessa uma secção reta qualquer do condutor no intervalo de tempo dt . A densidade da corrente de energia j_0 pode ser escrita:

$$j_0 = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} = \text{constante} \quad (2)$$

onde, S é a área da secção reta da barra cilíndrica.

Esta expressão é válida para qualquer posição x entre 0 (zero) e L , sendo este último o comprimento da barra.

Quando se estabelece um gradiente de temperatura ao longo do eixo longitudinal da barra metálica (eixo x), a equação de Fourier pode ser escrita na forma:

$$j = -K \frac{dT}{dx} \quad (3)$$

Se este gradiente é estabelecido entre os extremos da barra cilíndrica metálica podemos escrever:

$$j_0 \int_0^L dx = -K \int_T^{T_0} dT \quad (4)$$

onde, T_0 é a temperatura da extremidade fria (fonte fria) da barra metálica. T é a temperatura da extremidade quente (fonte quente) da barra metálica. Por simples integração obtêm-se:

$$j_0 = -K \frac{T - T_0}{L} \quad (5)$$

O aparelho EQUILAB consta de duas partes:

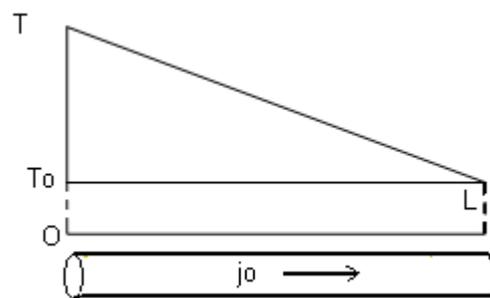


Figura 2 – Diagrama da variação da temperatura numa barra metálica com temperaturas diferentes nas extremidades

1ª Parte - constituído de um recipiente metálico acoplado a uma barra cilíndrica do material do qual se quer determinar a condutividade térmica. O conjunto recipiente metálico e barra cilíndrica se encontram no interior de uma vasilha de isopor. A fonte fria será formada por este conjunto, adicionando-se ao recipiente metálico uma mistura de água com gelo picado.

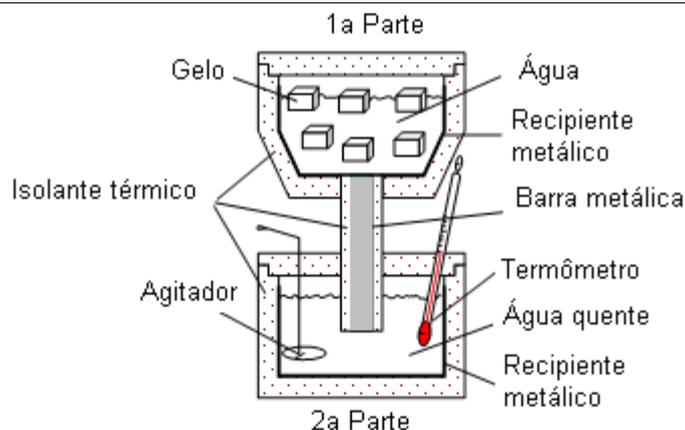


Figura 3 – Esquema do sistema utilizado para as medidas de condutividade térmica de sólidos.

2ª Parte - constituída também de um recipiente metálico colocado no interior de outra vasilha de isopor. Atravessando a tampa temos um termômetro e um agitador. Este conjunto constitui o CALORÍMETRO.

A fonte quente será formada por este conjunto adicionando-se ao recipiente metálico uma pequena quantidade de água quente. Na montagem final (Figura 3) a barra cilíndrica metálica fica imersa uns 5 mm dentro da água quente.

2.1 - Adaptação da teoria às condições do aparelho.

Quando se discutimos o problema da condução térmica obtivemos as equações 2 e 5 que combinadas nos fornece:

$$dQ = \frac{K S}{L} (T - T_0) dt \quad (6)$$

O incremento dQ representa a energia térmica perdida pelo calorímetro mais a água quente (fonte quente) no intervalo de tempo dt . Admitindo-se que, como decorrência das precauções tomadas nesta experiência, o conjunto (calorímetro mais a água quente) perde calor somente por condução através da barra cilíndrica metálica, podemos escrever:

$$dQ = - (C + m_{\text{água}} c_{\text{água}}) dT \quad (7)$$

O incremento dT é a variação de temperatura sofrida pelo calorímetro mais a água quente no intervalo de tempo dt . C é uma constante característica do calorímetro, denominada capacidade calorífica ou equivalente em água do calorímetro (calculado na experiência anterior).

Combinando as expressões (6) e (7) temos:

$$\frac{dT}{(T - T_0)} = - \frac{K S}{C L} dt \quad (8)$$

Fazendo a integração correspondente e admitindo-se que no instante $t = 0$ a temperatura do calorímetro é T_i , temos:

$$\ln \frac{(T - T_0)}{(T_i - T_0)} = \frac{K S}{(C + m_{\text{água}} c_{\text{água}}) L} t \quad \text{ou} \quad \frac{(T - T_0)}{(T_i - T_0)} = e^{-x t} \quad (9)$$

A temperatura T_0 pode ser feita 0°C com uma mistura de água e gelo. Neste caso a constante x é a inclinação da reta do gráfico de T/T_i versus t , sendo dado por:

$$x = \frac{K S}{(C + m_{\text{água}} c_{\text{água}}) L} \quad \text{e portanto} \quad K = \frac{x (C + m_{\text{água}} c_{\text{água}}) L}{S} \quad (10)$$

3. Materiais utilizados

- Calorímetro de misturas;
- Conjunto Equilab;
- Barras metálicas (alumínio, latão, cobre);
- Termômetros;
- Régua e/ou paquímetro.

4. Procedimento experimental

- a) Meça o comprimento L e a área S da secção reta das barras cilíndricas de cobre, alumínio e latão.
- b) Determine a constante C , do sistema constituído pelo calorímetro, agitador e termómetro, conforme Experiência 12.
- c) Esvazie completamente o calorímetro jogando fora toda a água nele contida; resfrie todas as partes do mesmo com água corrente e enxágüe todas as partes componentes.
- d) Aqueça numa vasilha à parte cerca de meio litro de água à temperatura de 90°C ou pouco mais. Simultaneamente providencie gelo picado. Conseguida a água à temperatura desejada você deve despejar no calorímetro uma quantidade que permita a barra cilíndrica metálica ficar imersa uns 5 mm. Consegue-se este objetivo colocando água aquecida até o nível superior da região

marcada na superfície interna do vaso metálico do calorímetro. Tampe o calorímetro certificando-se que ele contém o agitador e o termômetro. Agora você tem a fonte quente. Coloque a mistura gelo picado água (pouca água e muito gelo) no recipiente que irá constituir a fonte fria. Faça a montagem final, conforme a Figura 3.

e) Decorrido certo período para a estabilização térmica (aproximadamente dois minutos) escolha uma temperatura da referência para $t = 0$ (instante em que você colocará o cronômetro em funcionamento).

IMPORTANTE:

f) Use constantemente o agitador para assegurar a estabilização térmica. Evite a temperatura de referência com frações de graus Celsius.

g) Procure obter suas medidas com intervalos de aproximadamente 3°C .

h) Depois de tomadas todas as suas medidas desmonte o aparelho e determine a massa de água utilizada.

i) Calcule o valor de K somando C_0 ao valor da capacidade térmica da água quente utilizada e compare com os valores teóricos (Tabela I).

j) Repetir o procedimento para as barras cilíndricas de alumínio e latão. Faça um gráfico de:

$$\left(\frac{(T - T_0)}{(T_i - T_0)} \right)_{(t)} \times t \text{ para as barras de alumínio, cobre e latão.}$$

k) A partir do(s) gráfico(s) determine os coeficientes médios de condutividade térmica para os três materiais utilizados na Experiência.

l) Compare, percentualmente, os valores obtidos experimentalmente com os tabelados (Tabela I).

Tabela I - Valores de condutividade térmica.

Material	Coef. de condut. térmica ($\text{Cal.s}^{-1}.\text{cm}^{-1}.\text{C}^{-1}$)	Coef. de condut. térmica ($\text{Cal.s}^{-1}.\text{cm}^{-1}.\text{C}^{-1}$)	δ_r %
Alumínio	0,49		
Aço	0,26		
Latão	0,92		

4. Referências bibliográficas

- O roteiro desta experiência foi adaptado da apostila do Curso de Física Experimental do ITA, elaborado pelos Professores Maria Alves Guimarães e Batista Gargione Filho.
- HALLIDAY, D. & RESNICK, R. Física 2. 3.ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1982. cap.22.