Assunto: Probabilidade, Estatística Descritiva e Análise Combinatória
Professor: José Marcos Lopes
Data: Setembro de 2004

I - Introdução

Em um mundo globalizado, onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática. Possivelmente, não existem atividades da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, freqüências e quantas outras variáveis houver. A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. O desenvolvimento dos instrumentos matemáticos de expressão e raciocínio devem permitir ao aluno a construção efetiva das abstrações matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado. O ensino de Matemática nesse nível de estudo busca desenvolver nos alunos competências essenciais, envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico e probabilístico.

A Matemática no Ensino Médio possui tanto um valor formativo quanto desempenha um papel de caráter instrumental. O primeiro, ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, enquanto que o segundo promove a integração com as outras áreas da ciência. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim desenvolverem a iniciativa e a segurança para adapta-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno.

Além do caráter formativo e instrumental, a Matemática no Ensino Médio deve também ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. Cabe ainda à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo.

Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida. Hoje um dos instrumento mais relevantes para esse fim é o computador e esse deve ser utilizado de forma a favorecer o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento.

Do exposto, podemos afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados e que a aquisição do conhecimento matemático deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático. Esse domínio passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada atividade sobre ***resolução de problemas*** de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o desenvolvimento de habilidades essenciais à vida cotidiana do indivíduo.

As finalidades do ensino de Matemática no nível médio indicam como objetivos principais levar o aluno a:

- compreender conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas;
- aplicar conhecimentos matemáticos à situações da atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e de outras áreas;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações.

Essencial é a atenção que devemos dar ao desenvolvimento de valores, habilidades e atitudes desses alunos em relação ao conhecimento e às relações entre colegas e professores, buscando a formação geral do indivíduo para o desenvolvimento do pensamento científico.

Os conceitos matemáticos não devem ser apresentados de forma fragmentada, mesmo que completa e aprofundadamente. O aluno sozinho tem demonstrado não ser capaz de construir as múltiplas relações entre os conceitos e formas de raciocínio envolvidas nos diversos conteúdos. O que se deseja é a busca da interdisciplinaridade, ou seja, o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos, entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda as aplicações do tema dentro ou fora da Matemática.

Com o objetivo de buscar reflexos positivos nas aulas de Matemática das Escolas, propomos o desenvolvimento de um projeto que busca trabalhar um ensino significativo, estimulante e de qualidade. Por significativo, entendemos um ensino que se dá a partir dos conhecimentos e da realidade do aluno e, hoje, não podemos deixar de considerar o computador como parte dessa realidade. Por estimulante, entendemos a participação efetiva do aluno, tirando-o de uma atividade de um espectador meramente passivo.

Metodologia

No desenvolvimento do presente projeto, utilizaremos a metodologia de resolução de problemas. Vários educadores matemáticos têm considerado tal metodologia como ponto de partida no processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Tradicionalmente, os problemas eram utilizados apenas como forma de aplicação e verificação de conhecimentos adquiridos anteriormente. Nesse caso, a concepção de ensino e aprendizagem se dava por um processo de reprodução/imitação.

Na perspectiva atual, o que se pretende é ensinar matemática através da resolução de problemas, ou seja, a situação problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, isto é, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-los. A situação-problema deve expressar aspectos chaves para o conceito que se quer estudar, o aluno deve ser levado a interpretar o enunciado da questão, estruturar a situação que lhe é apresentada, utilizar o que aprendeu para resolver outros problemas, o que exige transferências, retificações e rupturas. Assim, um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos através de uma série de generalizações.

De uma forma geral, a resolução de problemas deve ser utilizada como uma orientação para a aprendizagem e não somente como uma aplicação ou verificação da aprendizagem.

Nos PCN+ três grandes competências são estabelecidas como metas para o ensino médio:

- representação e comunicação, que envolvem a leitura, a interpretação e a produção nas diversas linguagens;
- investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema;

- contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma da análise crítica das idéias ... por meio do pensar e do conhecimento científico.

Estratégias para a ação

Para alcançar os objetivos estabelecidos de promover as competências gerais e o conhecimento de Matemática, os PCNEM privilegiam o tratamento de situações-problemas, preferencialmente tomadas em contexto real. A resolução de problemas é a perspectiva metodológica escolhida e deve ser entendida como a postura de investigação frente a qualquer situação ou fato que possa ser questionado.

"Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade suscetível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter" – George Polya(1944).

Num primeiro momento os alunos deverão ter condições de discutir livremente os problemas propostos, propor soluções usando sua própria linguagem; posteriormente após a solução de vários problemas o conceito poderá ser sistematizado. Uma possível estratégia sugerida por Onuchic(1999) é a seguinte:

- *Formar grupos – entregar uma atividade*

Lembrar que, no mundo real, aprender é, muitas vezes, um processo compartilhado e que o progresso em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de muita gente. É preciso que os estudantes experimentem este processo cooperativo e que se lhes dê a oportunidade de aprender uns com os outros. Muito da aprendizagem em sala de aula será feita em pequenos grupos.

- *O papel do professor*

Dentro desse trabalho, o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem. O professor lança questões desafiadoras e ajuda os alunos a se apoiarem, uns nos outros, para atravessar as dificuldades. O professor faz a intermediação, leva os alunos a pensar, espera que eles pensem, dá tempo para isso, acompanha suas explorações e resolve, quando necessário, problemas secundários.

- *Resultados na lousa*

Com o trabalho dos alunos terminado, o professor anotará na lousa os resultados obtidos pelos diferentes grupos. Anota resultados certos, errados e aqueles feitos por diferentes caminhos.

- *Plenária*

Chama os alunos todos, de todos os grupos, para uma assembléia plena. Como todos trabalharam sobre o problema dado, estão ansiosos quanto a seus resultados. Procuram defender seus pontos de vista e participam.

- *Análise dos resultados*

Nesta fase, os pontos de dificuldade encontrados pelos alunos são novamente trabalhados. Surgem, outra vez, problemas secundários que, se não resolvidos, poderão impedir que se leve o trabalho à frente. O aspecto exploração é bastante importante nesta análise.

- *Consenso*

A partir da análise feita, com a devida retirada das dúvidas, busca-se um consenso sobre o resultado pretendido.

- *Formalização*

Num trabalho conjunto de professor e alunos, com o professor dirigindo o trabalho, é feita uma síntese do que se objetiva aprender a partir do problema dado. São colocadas as devidas definições, identificadas as propriedades e feitas as demonstrações. É importante destacar, nesse momento, o que de matemática nova se construiu, usando as novas terminologias próprias ao assunto.

A "**Análise de Dados**" é um dos temas estruturadores propostos para um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências almejadas. O tema deve permitir uma articulação lógica entre diferentes idéias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem. É importante evitar detalhamentos ou nomenclaturas excessivos.

A análise de dados tem sido essencial em problemas sociais e econômicos, como nas estatísticas relacionadas a saúde, populações, transportes, orçamentos e questões de mercado. Este tema será organizado em três unidades temáticas: **Estatística, Contagem e Probabilidade**.

Ao aluno do ensino médio, espera-se que além de saber ler as informações que circulam na mídia em forma de tabelas, gráficos e informações de caráter estatístico, possa refletir criticamente sobre seus significados, desenvolvendo assim a competência proposta pelos PCNEM que diz respeito à contextualização sócio-cultural.

A seqüência que trabalharemos as unidades temáticas é: Probabilidade, Estatística e Contagem (Análise Combinatória). Outras seqüências poderão ser adotadas pelos professores, como por exemplo a sugerida no PCN+; ou seja; Estatística, Contagem e Probabilidade.

II - Probabilidade

Probabilidade é o estudo de experimentos aleatórios ou não determinísticos. Dizemos que um experimento é *determinístico* quando repetido em condições semelhantes conduz a resultados essencialmente idênticos. Os experimentos que repetidos sob as mesmas condições produzem resultados diferentes serão chamados *experimentos aleatórios.*

Fenômenos aleatórios acontecem constantemente em nossa vida diária. São freqüentes perguntas tais como: choverá amanhã? Qual será a temperatura máxima no próximo Domingo? Qual será o número de ganhadores da sena?

Se um dado é lançado ao ar, é certo que cairá, mas não é certo que, digamos, apareça um 6. Na teoria das probabilidades, definimos um modelo matemático para o experimento aleatório, através da associação de "probabilidades" aos "eventos" relacionados com tal experimento.

Historicamente, a teoria das probabilidades começou com o estudo de jogos de azar, como a roleta e as cartas. O tratamento moderno desta teoria é puramente axiomático e tem aplicações nos mais diversos ramos da atividade humana, como exemplos: na medicina, economia, genética, agricultura e etc; nestes casos, a teoria de probabilidades é bastante relacionada com a Estatística.

No presente projeto, para o desenvolvimento dos conceitos, seguimos as orientações apresentadas nos PCNEM e PCN+. Utilizamos também alguns dos problemas da Proposta Curricular para o ensino de matemática : 2° grau, SE/CENP.

II.1 – Experimento Aleatório

OBJETIVOS: Sistematizar os conceitos de: Experimento Aleatório, Espaço Amostral e Evento.

Os problemas a seguir, serão trabalhados em grupo. Nos problemas de 1 a 5, o grupo deve escolher entre um jogo de dados e um com moedas. O grupo deve decidir pelo jogo que considera ter maiores chances de vencer. Depois da escolha, um aluno do grupo é convidado a jogar com o professor. Em caso de vitória do aluno, todos os componentes do grupo podem receber um brinde, tipo bala, bombom, etc., como forma de recompensa.

Nos problemas de 1 a 6 é apresentado a probabilidade de vitória para cada um dos jogos. Esta observação é útil apenas para o professor e não deve ser falada aos alunos neste momento. Estes problemas serão resolvidos com o objetivo de sistematizar os conceitos de Experimento Aleatório, Evento e Espaço Amostral.

Problema 1.

Jogo de moeda: Ganha se no lançamento de uma moeda ocorrer a face cara.

Jogo de dado: Ganha se no lançamento de um dado ocorrer a face 6.

Comentários e sugestões para o professor.

Depois de realizado o jogo faça os seguintes questionamentos ao grupo:

- justifiquem a escolha do jogo;
- existiu consenso entre os elementos do grupo? Alguém discorda da escolha do grupo?

Estas perguntas, bem como outras, que o professor considerar necessárias, deverão ser feitas sempre ao final de cada jogo.

Sem apresentar a definição formal e nem o nome, explorar o fato que no jogo de moeda temos 2 resultados possíveis {cara, coroa} – 2 elementos e no jogo de dado temos os resultados possíveis {1, 2, 3, 4, 5, 6} - 6 elementos. Ou seja, os **Espaços Amostrais** para os **Experimentos Aleatórios**: Lançamento de uma moeda e lançamento de um dado respectivamente.

Na realização de um experimento aleatório, não sabemos qual particular resultado irá ocorrer, embora possamos precisar quais são esses possíveis resultados.

As probabilidades de vitória em cada jogo são dadas respectivamente por:

P(vencer no jogo de moeda) = 1/2 e P(vencer no jogo de dado) = 1/6.

Problema 2.

Jogo de moeda: Ganha se no lançamento de uma moeda ocorrer a face cara.

Jogo de dado: Ganha se no lançamento de um dado ocorrer um número par ou um número impar.

Comentários e sugestões para o professor.

Sem apresentar a definição formal e nem o nome, explorar o fato que no jogo de dado temos o **Evento Certo**. Evento que sempre ocorre.

P(vencer no jogo de moeda) = 1/2 e P(vencer no jogo de dado) = 1.

Problema 3.

Jogo de moedas: Ganha se no lançamento de duas moedas ocorrerem faces iguais.

Jogo de dados: Ganha se no lançamento de dois dados a soma dos números das faces voltadas para cima é igual a 13.

Comentários e sugestões para o professor.

Sem apresentar a definição formal e nem o nome, explorar o fato que no jogo de dados temos o **Evento Impossível**. Evento que nunca ocorre.

Da mesma forma, sem formalismo mostrar que os Espaços Amostrais são dados respectivamente por: {cara-cara, cara-coroa, coroa-cara, coroa-coroa} – 4 elementos e {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12} – 11 elementos. Não é necessário a notação de conjuntos.

P(vencer no jogo de moedas) = 1/2 e P(vencer no jogo de dados) = 0.

Problema 4.

Jogo de moedas: Ganha se no lançamento de uma moeda três vezes ao acaso, saírem três coroas.

Jogo de dados: Ganha se no lançamento de dois dados os resultados obtidos forem iguais.

Comentários e sugestões para o professor.

Da mesma forma, sem formalismo mostrar que os Espaços Amostrais são dados respectivamente por: {CCC, CCK, CKC, CKK, KCC, KCK, KKC, KKK} – 8 elementos, onde C = cara e K = coroa e {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), ... , (3,1), (3,2), ... , (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)} – 36 elementos.

P(vencer no jogo de moedas) = 1/8 e P(vencer no jogo de dados) = 1/6.

Problema 5.

Jogo de moedas: Ganha se no lançamento de quatro moedas ocorrer pelo menos uma cara.

Jogo de dados: Ganha se no lançamento de dois dados o máximo entre os dois resultados obtidos for maior ou igual a 3.

Comentários e sugestões para o professor.

O objetivo deste problema é explorar o conceito de **Evento Complementar**.

Da mesma forma, sem formalismo mostrar que para o Jogo de Moedas poderá ocorrer nenhuma cara, uma cara, duas caras, três caras ou quatro caras. Assim o jogo não será vencido apenas se nenhuma cara ocorrer, ou seja, P(não vencer o jogo de moedas) = 1/16 logo, P(vencer o jogo de moedas) = 15/16 = 0,9375.

Para o Jogo de Dados, a derrota ocorrerá somente nos casos: (1,1), (1,2), (2,1) e (2,2). Assim P(vencer no jogo de dados) = 1-4/36 = 0,88.

No problema 6 deve-se escolher entre dois jogos envolvendo baralho. O grupo deve escolher aquele que considera ter maiores chances de ganhar.

Problema 6. Retira-se sucessivamente 2 cartas de um baralho de 52 cartas, ao acaso e sem reposição da primeira carta.

Jogo 1: Ganha se as duas cartas forem da mesma cor.

Jogo 2: Ganha se as duas cartas forem de cores diferentes.

Comentários e sugestões para o professor.

Além de explorar os conceitos de Experimento aleatório e Espaço Amostral, deve-se observar que a retirada da segunda carta depende do que ocorreu na retirada da primeira carta, ou seja; a segunda retirada está condicionada a retirada da primeira carta pois o experimento é sem reposição, o Espaço Amostral foi alterado para a segunda retirada. Assim podemos fornecer as primeiras idéias sobre Probabilidade Condicional e Soma de Probabilidades, sem formalismo.

O Experimento Aleatório neste caso é: Retirar duas cartas sucessivas e sem reposição. O Espaço Amostral para a primeira retirada é constituído das 52 cartas; ou seja; { ás de ouro, ás de paus, ás de copas, ás de espada, 2 de ouro, 2 de paus, 2 de copas, 2 de espada, ... }.

A probabilidade de vitória no jogo 1 é p = 26/52x25/51 + 26/52x25/51 = 0,49 e para o jogo 2 temos que p = 26/52x26/51 + 26/52x26/51 = 0,51. Assim o jogo 2 oferece uma maior chance de vitória para o apostador.

Considere também no *problema 6* a situação com reposição da primeira carta retirada. Para este caso as chances de vitória serão iguais para os dois jogos.

II.2 – Freqüência relativa

OBJETIVOS: Sistematizar o conceito de Freqüência Relativa e observar a propriedade de Regularidade Estatística que caracteriza um Experimento Aleatório.

Problema 7.

Cada grupo deverá jogar 100 vezes uma moeda e verificar quantas vezes ocorreu coroa.

Os dados obtidos foram.

Grupo	Número de ocorrências de coroa
1	
2	
3	
4	
5	

Os resultados obtidos serão agora acumulativamente colocados na seguinte tabela:

Número de lançamentos	Número de ocorrências de coroa	Número de ocorrências de coroa / número de lançamentos
100		
200		
300		
400		
500		

Comentários e sugestões para o professor.

A terceira coluna da tabela acima fornece a **freqüência relativa** do experimento aleatório. Se repetirmos o experimento um "grande número de vezes" observaremos uma regularidade no valor de sua freqüência relativa, ou seja, quanto maior for o número de lançamentos a freqüência relativa tende a 0,5 isto é a probabilidade de ocorrer coroa no lançamento de uma moeda (honesta).

Outros exemplos devem ser considerados, explorando-se as propriedades da freqüência relativa de um experimento, antes da apresentação da definição de Probabilidade de um Evento, num Espaço Amostral qualquer.

II.3 – Produto de Probabilidades

OBJETIVO: Perceber quando e por que multiplicamos probabilidades.

Problema 8.

Considere o experimento que consta em lançar sucessivamente uma moeda e um dado. Qual a probabilidade de se obter o resultado cara-3?

Comentários e sugestões para o professor.

Pode-se visualizar a situação descrita no problema através da árvore de possibilidades. Neste caso devemos satisfazer duas **"exigências sucessivas"**. Ocorrer cara no lançamento da moeda **e** ocorrer a face 3 no lançamento do dado. Assim P(cara-3) = 1/2x1/6 = 1/12.

Problema 9.

Uma pessoa que nada entende de futebol preencheu ao acaso um cartão da loteria esportiva, assinalando 2 palpites triplos e 4 palpites duplos. Indique os cálculos que dão a probabilidade de essa pessoa fazer os 16 pontos.

Comentários e sugestões para o professor.

Para a pessoa acertar os 16 jogos terá que acertar o primeiro jogo **e** acertar o segundo jogo **e** acertar o terceiro jogo **e** ... **e** acertar o décimo sexto jogo.
Para o palpite simples a pessoa tem uma chance em três de acertar, para o palpite duplo tem duas chances em três de acertar e para o palpite triplo tem três chances em três; isto é sempre acerta.

Assim P(acertar os 16 jogos) = 1x1x2/3x2/3x2/3x2/3x1/3x1/3x1/3x1/3x1/3x1/3x1/3x1/3x1/3x1/3.

II.4 – Probabilidade Condicional

OBJETIVOS: Cálculo de probabilidades de eventos dependentes. Sistematizar o conceito de Probabilidade Condicional.

Problema 10.

Retirando-se sucessivamente duas cartas, de um baralho de 52 cartas, ao acaso e sem reposição da primeira carta, qual é a probabilidade de serem retirados dois ases?

Comentários e sugestões para o professor.

A retirada de um às na segunda carta depende do que ocorreu na primeira retirada, pois as retiradas são sem reposição. Explorar neste caso a situação de eventos dependentes. Assim p = 4/52 x 3/51.

Problema 11.

Um levantamento feito numa sala de aula foi resumido na seguinte tabela:

	Usam óculos	Não usam óculos	total
meninos	7	21	28
meninas	4	18	22
total	11	39	50

Sorteando-se ao acaso uma criança dessa sala, qual a probabilidade de que:

a) a criança seja um menino?
b) a criança use óculos, sabendo-se que é menino?
c) a criança seja uma menina, sabendo-se que esta usa óculos?

Comentários e sugestões para o professor.

Neste caso desejamos determinar a probabilidade de um evento sabendo-se que um outro evento já ocorreu. Devemos considerar então um novo espaço amostral. Para o item (b), o novo espaço amostral é formado apenas pelos 28 meninos, dos quais 7 usam óculos. Assim a probabilidade de que a criança sorteada use óculos, sabendo-se que é menino é igual a 7/28. Para o item (c) p = 4/11 e para o item (a) p = 28/50.

II.5 – Soma de Probabilidades

OBJETIVO: Perceber quando e por que somamos probabilidades.

Problema 12.

Numa urna há 5 bolas: 3 pretas e 2 brancas. Retirando-se sucessivamente ao acaso e sem reposição 2 bolas dessa urna, qual é a probabilidade de que as bolas retiradas sejam da mesma cor?

Comentários e sugestões para o professor.

Neste caso podemos retirar 2 bolas pretas **ou** retirar 2 bolas brancas. Temos assim um evento expresso pela união de dois eventos <u>mutuamente exclusivos</u>. Assim p = P(retirar 2 bolas pretas) + P(retirar 2 bolas brancas) = 2/5x1/4 + 3/5x2/4.

Problema 13.

Num sorteio há 100 papeizinhos numerados de 1 a 100. Sorteando-se um deles, qual é a probabilidade de ser sorteado um número que seja divisível por 2 ou divisível por5?

Comentários e sugestões para o professor.

Os eventos: A={número divisível por 2} e B={número divisível por 5} não são mutuamente exclusivos. Existem números que são simultaneamente divisíveis por 2 e por 5; A={2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ... , 100}, B={5, 10, 15, ... , 100} os números que pertencem a A e B simultaneamente são {10, 20, ... ,100}. Assim p = 50/100 + 20/100 – 10/100 = 60/100 = 60%.

Problema 14.

Um apostador fez a aposta mínima na Mega-Sena. Qual a probabilidade desse apostador:

(a) acertar a sena.

(b) acertar a quina;

Comentários e sugestões para o professor.

Deve-se neste caso, explorar os conceitos de produto de probabilidades, probabilidade condicional e soma de probabilidades.

Por exemplo, para acertar a quina o apostador deve acertar 5 dezenas **e** errar a outra. É conveniente descrever todos os casos possíveis. Considerando A = acerto e E = erro, temos os casos: AAAAAE, AAAAEA, AAAEAA, AAEAAA, AEAAAA, EAAAAA. Para cada um dos 6 casos possíveis, p = 6/60x5/59x4/58x3/57x2/56x54/55. Assim P(acertar a quina) = 6 x p ≅ 1/154.518 ou p ≅ 0,00065 % , isto é a soma das 6 probabilidades. Para a sena a probabilidade de acertar é p ≅ 1/50.063.860 ou p ≅ 0,000002 %.

Referências bibliográficas

- Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, *Proposta Curricular para o ensino de Matemática – segundo grau,* 3ª edição, CENP, Secretaria de Estado da Educação, São Paulo, 1992.
- Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática, Ensino Médio, MEC/SEF, 1999.
- Onuchic, L.R., *Ensino-Aprendizagem de Matemática através de Resolução de Problemas*, in Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas, Editora UNESP, 1999.
- PCN+, Ensino Médio, MEC/SEF, 1999.
- Polya, G., *A Arte de Resolver Problemas,* Editora Interciência, 1977.