

---

---

# Confiabilidad en Ingeniería

Carlos J. Zapata



Universidad Tecnológica de Pereira

---

---

---

---

# Confiabilidad en Ingeniería

Primera Edición

2011

**Carlos J. Zapata**

Profesor Asociado

Universidad Tecnológica de Pereira

Pereira, Colombia



---

---

Confiabilidad en Ingeniería

Primera edición: Año 2011

ISBN:

Autor: Carlos J. Zapata, Profesor Asociado,  
Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

© 2011 Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

Impresión: Publiprint Ltda

Centro Comercial La Popa, Local 14

Dosquebradas, Colombia

[publiprint@epm.net.co](mailto:publiprint@epm.net.co)

Primera impresión

Impreso en Colombia, Printed in Colombia

Prohibida la reproducción parcial o total de esta obra, por cualquier método sin la autorización escrita del editor.

---

---

---

---

Carlos Julio Zapata Grisales es ingeniero electricista de la Universidad Tecnológica de Pereira (1991), magíster en ingeniería eléctrica de la Universidad de Los Andes (1996) y doctor en ingeniería de la Universidad de Los Andes (2010). De enero de 1991 a enero de 2002 laboró para Consultoría Colombiana S. A - Concol S. A. Desde diciembre de 2001 labora como docente e investigador en la Universidad Tecnológica de Pereira.

Para comentarios o preguntas al autor, enviar un email al correo [czapata@utp.edu.co](mailto:czapata@utp.edu.co)

---

---

---

---

## Tabla de Contenido

	Página
1 Conceptos generales	1
2 Tipos de componentes y sistemas	12
3 Componentes no reparables	25
4 Componentes reparables	41
5 Sistemas no reparables	62
6 Sistemas reparables	70
7 Sistemas esfuerzo resistencia	80
8 Arboles de falla y de eventos	90

---

---

---

---

## Presentación

Confiabilidad en Ingeniería corresponde a las notas de clase de los cursos de postgrado que el autor ha dictado en la Universidad Tecnológica de Pereira (Pereira, Colombia) y en la Universidad de los Andes (Bogotá, Colombia).

El principal objetivo de este documento es presentar los conceptos de confiabilidad de componentes y sistemas no reparables y reparables dentro del ámbito de la ingeniería.

En el desarrollo de este tema se enfatiza en los siguientes aspectos: La diferencia entre el modelamiento de componentes y sistemas reparables y no reparables, la información requerida para el modelamiento y los métodos para construir modelos de confiabilidad de componentes reparables y no reparables.

El enfoque de este texto es hacia las aplicaciones prácticas, ya que existen muchos libros donde la confiabilidad se aborda solamente desde el punto de vista teórico sin enseñar cómo es que se hace la aplicación de estos conceptos a situaciones reales. Así, el autor ha querido incorporar en estas notas la experiencia adquirida en los estudios de confiabilidad en que ha tuvo la oportunidad de participar.

En este documento se asume el conocimiento por parte del lector de los conceptos básicos de probabilidad, estadística, procesos estocásticos y simulación de Montecarlo.

Carlos J. Zapata  
Cartago, Febrero de 2011

---

---

## CAPÍTULO 1 – CONCEPTOS GENERALES

### 1.1 NECESIDAD DE LA CONFIABILIDAD

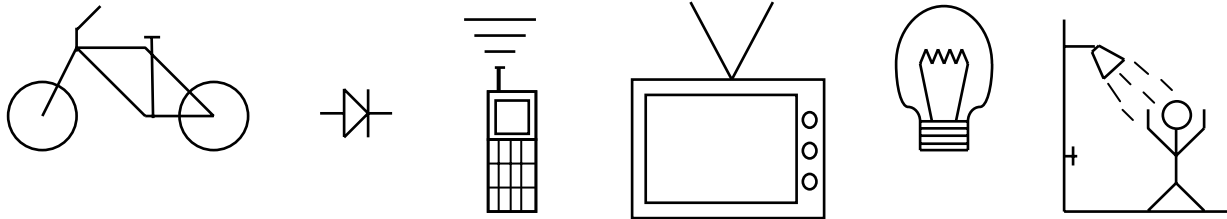


Figura 1.1 Algunos productos y servicios utilizados por las personas en la vida diaria

En la vida diaria de las sociedades modernas se utilizan muchos productos y servicios:

Ejemplos	
Productos	Servicios
Bombilla eléctrica	Electricidad
Televisor	Gas domiciliario
Generador eléctrico	Televisión
Bicicleta	Telefonía
Computador (hardware)	Agua potable
Software	Alumbrado público
Diodo	Riodifusión
Jeringa plástica	Correo
Lente de contacto	Transporte público

Los productos pueden ser simples o complejos, dependiendo de la cantidad de subcomponentes o partes que los conformen. En realidad, un componente puede ser un sistema de muchos subcomponentes. Los subcomponentes pueden ser clasificados funcionalmente por subsistemas. Sin embargo, sin importar la cantidad de subcomponentes, usualmente el producto se considera exteriormente un solo “componente”.

Ejemplo
<i>Una unidad de generación eléctrica está conformada por el sistema de suministro de combustible, el sistema mecánico que transforma la energía primaria en energía rotacional, el generador sincrónico, los controles de velocidad y voltaje, los servicios auxiliares, etc. Externamente, todo esto puede ser considerado un solo componente.</i>

Los servicios son suministrados por sistemas conformados por muchos componentes más las personas encargadas de su operación. Dado el gran tamaño y complejidad de algunos sistemas, éstos suelen subdividirse por zonas funcionales o subsistemas.

Ejemplo
<i>El servicio de electricidad es provisto por el sistema eléctrico de potencia, el cual suele subdividirse para su estudio y operación en sistema de generación, sistema de transmisión y sistema de distribución.</i>

A su vez, un sistema puede ser considerado desde un sistema mayor o más importante como un componente. Por lo tanto, en este texto las palabras “componente” y “sistema” son intercambiables.

Se denomina “falla” a la situación en que [5], [6]:

1	El componente o sistema deja cumplir parcialmente o totalmente su función
2	Existe una diferencia inaceptable entre el desempeño esperado y el observado

Las fallas pueden ocurrir debido a [6]:

1	Defectos técnicos o físicos	Incluye el diseño, materiales, manufactura, construcción, ensamblaje y mantenimiento
2	Errores operativos o procedimentales.	Administración y control de calidad, lo cuales están relacionados con factores humanos.

La fallas de los componentes o sistemas pueden causar efectos que van desde molestias e inconvenientes para algunos de los usuarios hasta un severo impacto en la sociedad.

Las fallas también pueden llevar a situaciones potencialmente peligrosas o de “riesgo” para los usuarios o el medio ambiente, diferentes a las aceptadas o permitidas.

Por lo tanto, se requiere que todo componente o sistema ofrezca calidad, seguridad y confiabilidad:

Calidad	Se refiere a su desempeño respecto a unas normas técnicas. Ejemplo: Calidad del agua, calidad de la imagen de televisión, calidad de la recepción de la una señal de audio, calidad del material.
Seguridad	Que su uso no implique potenciales peligros o “riesgos” para los usuarios o el medio ambiente diferentes a los aceptados o permitidos.
Confiabilidad	Que cumpla su función durante el tiempo requerido bajo unas condiciones operativas especificadas

Debe aclararse que las definiciones presentadas corresponden al contexto de la ingeniería pudiéndose encontrar otras definiciones particulares para otras áreas de aplicación y aún para sub-áreas de la ingeniería.

Ejemplos
<i>Confiabilidad en el área de las noticias: Se refiere al grado de veracidad de las mismas lo cual depende de factores como las fuentes de la información y su grado de detalle.</i>
<i>Seguridad en las transacciones bancarias: Se refiere al grado de protección existente para evitar el acceso de personas no autorizadas.</i>
<i>Seguridad en sistemas eléctricos de potencia: Se refiere a la habilidad para operar establemente ante disturbios como cortocircuitos, pérdida de componentes, etc.</i>

En la definición de confiabilidad aparece el aspecto temporal durante el cual se requiere que el componente cumpla su función. Las condiciones operativas especificadas incluyen el rango de utilización (capacidad nominal, condiciones ambientales, etc.) y los requerimientos de calidad y seguridad.



Existe una estrecha relación entre los aspectos de confiabilidad, calidad y seguridad: las mejoras en las dos últimas conllevan a la mejora de la confiabilidad.

El garantizar un nivel dado de calidad, seguridad y confiabilidad abarca todas las etapas de un componente o sistema: Planeamiento, diseño, fabricación, instalación y operación.

No es económicamente posible diseñar, fabricar y operar un componente o sistema que ofrezca una confiabilidad del 100% (cero fallas) bajo todas las condiciones pues los eventos internos y externos que afectan a los componentes y producen las fallas son aleatorios; es decir, no puede conocerse en forma exacta el tiempo de su ocurrencia. Por lo tanto, la llegada de fallas a un componente o sistema es un fenómeno aleatorio o con incertidumbre.

## 1.2 DEFINICIONES

### 1.2.1 Confiabilidad

*“Es la probabilidad de que un componente o sistema pueda cumplir su función en las condiciones operativas especificadas durante un intervalo de tiempo dado”*

Esta es la definición general de confiabilidad. Aplica a los componentes o sistemas orientados a una misión y se designa por la letra R (Reliability).

Esta definición no tiene sentido para los componentes o sistemas reparables puesto que éstos toleran las fallas; para estos sistemas se utiliza la disponibilidad.

### 1.2.2 Disponibilidad

*“Es la probabilidad de que un componente o sistema pueda cumplir su función en las condiciones operativas especificadas en un instante de tiempo dado”*

Se designa por la letra A (Availability). El complemento de la disponibilidad se denomina indisponibilidad y se designa por la letra U (Unavailability).

### 1.2.3 Seguridad

*“Es la probabilidad de evitar un evento peligroso”*

Se designa por la letra S (Security) e incluye:

1	La probabilidad de que ocurra el evento peligroso
2	La gravedad del evento, es decir, su grado de peligro potencial

El nivel de riesgo es función de estos dos ítems, tal como se muestra en la Figura 1.2

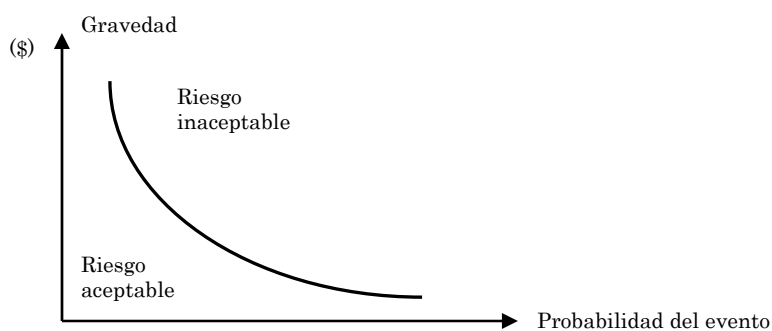


Figura 1.2 Función de riesgo en un análisis de seguridad

La gravedad de los eventos no proviene de la naturaleza de su origen sino de sus consecuencias para los usuarios, el medio ambiente y para el mismo componente o sistema. En un análisis de riesgos se hace inventario de todas las situaciones potencialmente peligrosas debido a la presencia y utilización del componente o sistema y se establece su gravedad como costo económico o en otro tipo de escala cualitativa o cuantitativa.

**1.2.4 Mantenibilidad**

*“Es la probabilidad de que una operación dada de mantenimiento pueda ser realizada en un intervalo de tiempo dado”*

Se designa por la letra M (Maintainability). El mantenimiento puede ser correctivo (Salidas no planeadas) o preventivo (Salida planeada).

**1.3 OTRAS MEDIDAS PARA LA CONFIABILIDAD**

La probabilidad es la medida clásica para valorar la confiabilidad. Sin embargo, existen muchas otras medidas utilizadas extensamente, por lo cual, “confiabilidad” es un término genérico que describe todas estas medidas sin que necesariamente estén relacionadas con la probabilidad.

Gran parte de estas medidas corresponden a promedios estadísticos o valores esperados que se denominan “índices de confiabilidad”. Algunos ejemplos se presentan a continuación.

Índice de confiabilidad	Definición	Ejemplo
Vida media	Tiempo esperado para que ocurra una falla en un componente no reparable	10000 horas
Frecuencia de fallas por año	Número de fallas esperadas por año	0.1 fallas/año
Indisponibilidad	Número esperado de horas de indisponibilidad por año	20 horas/año
Pérdida de carga	Valor esperado de carga no atendida por año	180.2 kW
Tiempo medio de reparación	Tiempo medio esperado para cada reparación	4 horas/reparación
LOLE	Número esperado de horas por año en que no se podrá atender la demanda	0.1 horas/año

Endurance	Número de operaciones que puede realizar un contactor, interruptor o seccionador antes de entrar en su periodo de obsolescencia	6000 operaciones
-----------	---	------------------

De otra parte, no existe una medida única que pueda aplicarse a todos los tipos de componentes o sistemas.

### 1.4 CÓMO MEJORAR LA CONFIABILIDAD

Existen dos formas básicas mediante las cuales puede mejorarse la confiabilidad de un componente o sistema:

Calidad	Redundancia
Se refiere a la calidad de los materiales utilizados y a su fabricación, pruebas, calibración, transporte y puesta en servicio.	Se colocan elementos de respaldo. Si un componente falla o sale, su función es asumida por componente de respaldo.  Existen dos tipos de redundancia: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Activa: El componente redundante siempre está conectado en paralelo con el componente al cual da respaldo.</li> <li>• Stand-by: El componente redundante se conecta en el momento en que el componente al cual da respaldo falla o sale.</li> </ul>

Otros métodos son: el mantenimiento preventivo, la diversidad de componentes, el stock de repuestos. La mejora de la confiabilidad conlleva a inversiones adicionales y cambios en el diseño que pueden afectar las prestaciones del componente o sistema.

### 1.5 COSTO DE LA CONFIABILIDAD

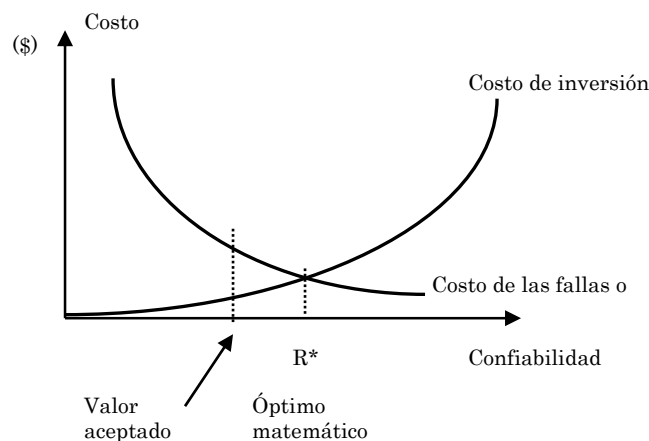


Figura 1.3 Función de costos de la confiabilidad

Conforme se aumenta el nivel de confiabilidad, se aumenta el nivel de inversión requerido y viceversa.

El costo de la confiabilidad debe compararse con los beneficios globales tanto para el usuario como para la sociedad.

El nivel aceptable de confiabilidad depende de lo que los usuarios y la sociedad en su conjunto estén dispuestos a pagar por esta. Este nivel aceptable de confiabilidad puede ser diferente del óptimo matemático.

Para justificar las inversiones en mejora de la confiabilidad se deben definir los costos asociados a las fallas o interrupciones del servicio (salidas) para los usuarios, las empresas distribuidoras y la sociedad.

El costo de interrupción se define como el valor de las pérdidas económicas debidas a la falla o salida.

Para el caso del servicio de electricidad los costos de interrupción del servicio pueden ser:

Empresa distribuidora	Usuarios
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Disminución de utilidades por energía no vendida</li> <li>• Pago de personal cesante</li> <li>• Pago de multas y sanciones</li> <li>• Pago de compensación a los usuarios</li> <li>• Imagen corporativa</li> </ul>	Dependen de: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Criticidad de la carga</li> <li>• Duración de la interrupción</li> <li>• Tiempo desde la última interrupción</li> <li>• Hora del día y época del año</li> <li>• Oportuno aviso de la interrupción</li> <li>• Experiencia en el manejo de este tipo de situación</li> </ul>

Mientras a nivel de empresas del sector eléctrico y usuarios industriales existen estudios de los costos asociados a las interrupciones, poco es lo que ha hecho con respecto a los otros tipos de usuarios.

Estudios realizados en los países desarrollados muestran que el costo de las interrupciones en el servicio de electricidad depende en gran manera del tipo de usuario y de la duración de la interrupción.

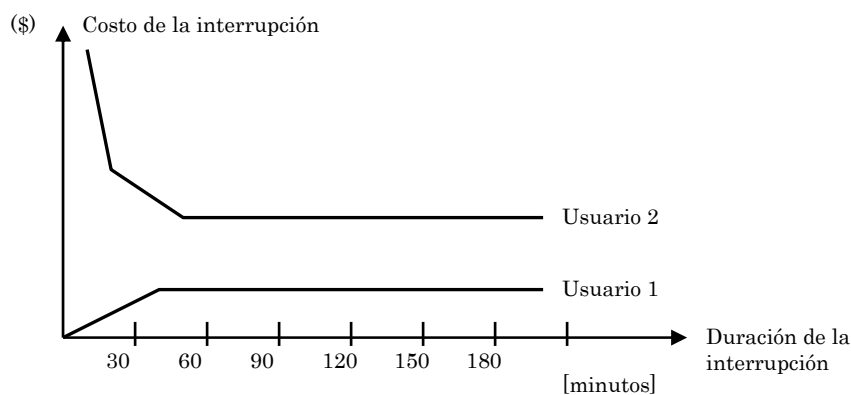


Figura 1.5 Ejemplos de funciones de costo de las interrupciones versus el tiempo

En la Figura 1.5 se muestra un ejemplo de la variación del costo de las interrupciones versus el tiempo de la interrupción para dos tipos diferentes de usuario. Esta función se conoce como función de daño del usuario (“customer damage function”).

Basados en el costo de las interrupciones, la empresa distribuidora y los usuarios deben definir cuál es el nivel de confiabilidad que están dispuestos a ofrecer y a pagar, respectivamente.

### 1.6 ENTIDADES QUE REGULAN LA CONFIABILIDAD

A nivel de componentes, la confiabilidad está regulada por las normas técnicas que cubren su diseño, fabricación y operación (Entorno de aplicación, rangos de uso). Ejemplo de estas entidades son:

Entidad		Alcance
IEC	Internacional Electrotechnical Commision	Equipo eléctrico
NFPA	National Fire Protection Association	Instalaciones eléctricas, equipo contra-incendio
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers	
UL	Underwriter Laboratories	Equipo eléctrico
ASME	American Association of Mechanical Engineers	Equipos mecánicos
ICONTEC	Instituto Colombiano de Normas Técnicas	Materiales, equipos eléctricos, postes de concreto, etc

A nivel de sistemas, la confiabilidad está regulada por las normas técnicas, leyes y resoluciones de entidades encargadas de regular y vigilar la calidad del servicio desde los puntos de vista técnico y comercial. Ejemplo de estas entidades son:

Comision de Regulación de Energía y Gas	Servicios de electricidad y gas
Comisión Nacional de Televisión	Servicio de televisión
Comisión Nacional de Telecomunicaciones	Servicios de radiodifusión y telefonía
Superintendencia de Servicios Públicos	Todos los servicios públicos domiciliarios
National Electric Reliability Council	Servicio de electricidad en Norteamérica

### 1.7 TIPOS DE ANÁLISIS Ó ESTUDIOS EN CONFIABILIDAD

#### 1.7.1 Cualitativo ó cuantitativo

Cualitativo	Cuantitativo
<p>Es una valoración subjetiva. No se establecen índices numéricos.</p> <p>Ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• “No fallará”</li> <li>• “Es muy confiable”</li> <li>• “Este equipo es mejor que aquel”</li> </ul> <p>No sirve para comparar alternativas o hacer análisis económico.</p> <p>Se conoce como “juicio de ingeniería”</p>	<p>Es una valoración objetiva. Se establecen índices numéricos, que pueden ser determinísticos o probabilísticos.</p> <p>Ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• “Probabilidad de falla del 50%”</li> <li>• “Confiabilidad del 0.995”</li> <li>• “Margen del 20%”</li> </ul> <p>Sin embargo, la probabilidad puede ser establecida mediante un juicio de ingeniería por lo cual también sería subjetivo.</p>

1.7.2 Determinístico o probabilístico

Determinístico	Probabilístico
<p>Las variables se consideran fijas o con funciones que determinan su valor para cualquier instante del tiempo.</p> <p>Ejemplo: Potencia disponible en un generador</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P = 100</math> [MW]</li> <li>• <math>P = 125 \cdot \sin^2(377 \cdot t \cdot 38^\circ)</math> [MW]</li> <li>• Demanda = (Potencia activa)<sup>1.2</sup></li> </ul> <p>Generalmente, se selecciona el peor escenario lo cual conlleva a sobrediseño.</p> <p>Se conocen todos los factores de las ecuaciones que modelan los componentes o el sistema.</p> <p>No existe incertidumbre con respecto a las ecuaciones a utilizar ni con respecto al valor de sus parámetros.</p>	<p>Las variables se consideran aleatorias, es decir no tienen un valor fijo ni existe una función que permita determinar su valor en un instante de tiempo dado.</p> <p>La ocurrencia de determinados valores de la variable se expresa en términos de probabilidad.</p> <p>Ejemplo: Potencia disponible en un generador</p> $P[MW \leq x] = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot 10} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-100)^2}{2 \cdot 10^2}} dx$ <p>En este tipo de análisis se puede determinar el “riesgo” del análisis, que en este caso es la probabilidad de que lo que se asume ocurra o no.</p> <p>Existe incertidumbre con respecto al modelamiento del fenómeno físico bajo estudio.</p>

El tipo de modelamiento a utilizar depende de la información de que se disponga para estudiar el fenómeno o proceso de interés.

En los problemas reales de ingeniería se encuentra que lo más común es que no existe la suficiente información o la certidumbre como para establecer los modelos determinísticos. Sin embargo, esta es la forma clásica de modelamiento que es enseñado en las universidades [2], [3], [8].

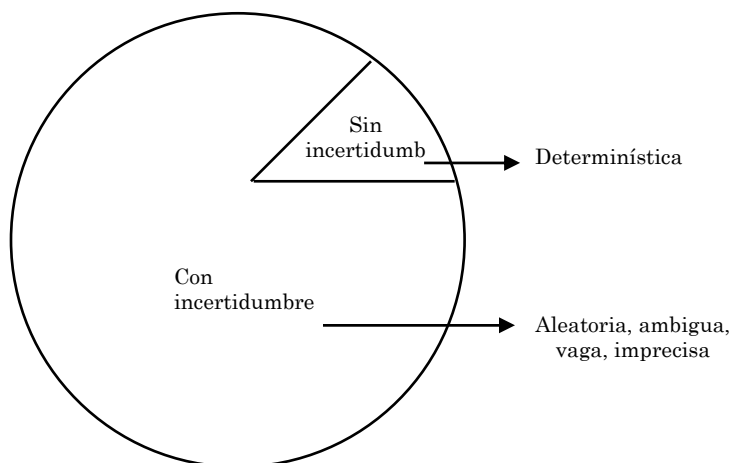


Figura 1.4 Conjunto de información para estudiar un fenómeno o proceso

Cuando se analiza la información disponible para estudiar los fenómenos físicos o procesos, se encuentra que solo una pequeña fracción de ésta es determinística o sin incertidumbre, tal como se muestra en la Figura 1.4 [6].

La incertidumbre en la información aparece por [6]:

1	La falta de conocimiento respecto al fenómeno o proceso bajo estudio
2	La incapacidad para medir u observar en forma precisa el fenómeno o proceso bajo estudio
3	La ambigüedad o vaguedad en la información
4	La complejidad del proceso o fenómeno bajo estudio
5	La aletoriedad natural del fenómeno

Con el análisis probabilístico se modelan aquellos fenómenos físicos en los cuales existe o se asume que hay incertidumbre debido a la aletoriedad en la información.

Otros métodos de estudio se utilizan para estudiar fenómenos con incertidumbre, por ejemplo, la lógica difusa. Por lo cual, el análisis probabilístico es sola una forma de modelamiento.

Finalmente, debe mencionarse lo manifestado por Albert Einstein: *“Las grandes leyes de la naturaleza son determinísticas”* [7], lo cual quiere decir que es nuestra falta de conocimiento o nuestra incapacidad para medir u observar en forma precisa los fenómenos físicos lo que hace que aparezca la incertidumbre y tengamos que utilizar modelamiento como el probabilístico.

Ejemplo
<p>El tiempo para que se forme o geste un ser humano.</p> <p>Este fenómeno físico o proceso es determinístico pues ha funcionado y funciona de la misma forma desde que se tiene conocimiento. Sin embargo, no existe un modelo matemático que permita determinar en forma exacta el momento en que ha de nacer el bebé. Lo único que se conoce empíricamente respecto a este tiempo es que tiene un <u>valor promedio</u> de 9 meses, por lo cual, las observaciones pueden ser mayores o menores a este dato.</p> <p>Entonces, este fenómeno físico tiene incertidumbre y se puede modelar mediante una distribución de probabilidad para el tiempo de nacimiento del bebé. Esta distribución, se construye a partir de los registros de datos de tiempo para varios nacimientos.</p>

### 1.7.3 Analítico o de simulación

Analítico	Simulación
<p>Se representa el componente o sistema bajo estudio por medio de un modelo matemático (ecuación o conjunto de ecuaciones) y se evalúan los índices de confiabilidad por medio de soluciones matemáticas directas.</p> <p>Ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>P[t_{falla} \leq t] = 1 - e^{-0.25*t}</math></li> <li>• Diagramas de bloques</li> <li>• Proceso de Markov</li> </ul>	<p>Se simula el comportamiento aleatorio del componente o sistema y se evalúan los índices de confiabilidad en forma indirecta por medio de técnicas numéricas.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Simulación de Montecarlo.</p> <p>Este método requiere conocer los modelos matemáticos de los componentes o de algunas variables del proceso aleatorio bajo estudio.</p> <p>Lo que se obtiene artificialmente es la solución de una o varias variables que son función de las variables conocidas y de los cambios en el proceso del sistema.</p>

### 1.7.4 Histórico o predictivo

Histórico	Predictivo
<p>Se estudia el componente o sistema basado en los datos de su comportamiento operativo pasado.</p> <p>Con estos datos se establecen índices históricos o medidas de desempeño que generalmente son estadísticas.</p> <p>Ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Frecuencia de fallas promedio: 8 por año por circuito primario</li> <li>• Tiempo promedio por interrupción: 4 horas</li> </ul>	<p>Mediante un estudio se predicen u obtienen los índices del componente o sistema para un instante de tiempo o periodo de tiempo futuro.</p> <p>Se determinan los valores esperados de los índices de confiabilidad o las funciones de probabilidad.</p> <p>Ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Frecuencia de fallas esperada: 9 por año por circuito primario</li> <li>• Tiempo esperado por interrupción: 3 horas</li> <li>• LOLE: 0.3 días por año</li> </ul> <p>La predicción es la función del planeamiento de sistemas de potencia.</p>

Los registros históricos se utilizan para construir los modelos probabilísticos con los cuales se hace la predicción de valores futuros de las variables aleatorias bajo estudio.



## 1.8 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Billinton R, Allan R, “Reliability evaluation of engineering systems - Concepts and Techniques”, segunda edición, Plenum Press, 1992.
- [2] Torres A, “Probabilidad, variables aleatorias, confiabilidad y procesos estocásticos en ingeniería eléctrica”, Universidad de los Andes, 1996.
- [3] Anders G, “Probability concepts in electric power systems”, Wiley and Sons, 1990.
- [4] Cabau E, “Introducción a la concepción de la garantía de funcionamiento”, Cuaderno Técnico No. 144, Schneider Electric, 2000. Disponible en [www.schneiderelectric.es](http://www.schneiderelectric.es)
- [5] Sotskov B, “Fundamentos de la teoría y del cálculo de fiabilidad de elementos y dispositivos de automatización y técnica de cálculo”, Editorial Mir, 1972.
- [6] Tan Y, “Damage of a distribution transformer due to through-fault currents: An electrical forensics viewpoint”, IEEE Trans. Industry Applications, Vol. 38, No. 1, Enero/Febrero, 2002.
- [7] Whitrow G. J, “Einstein – The man and his achievement”, Dover publications, 1973.
- [8] Ross T. J, “Fuzzy logic with engineering applications”, Mc-Graw Hill, 1995.
- [9] Billinton R, Allan R, “Reliability evaluation of power systems”, Plenum Press, 1996.
- [10] CIGRE, “Power system reliability analysis – Application guide”, 1987.
- [11] IEEE, “Power system reliability evaluation”, tutorial course 82 EHO 195-8-PWR, IEEE, 1982.
- [12] Ascher H, Feingold H, “Repairable systems reliability: Modeling, inference, misconceptions and their causes”, Marcel Dekker, 1984.

## CAPÍTULO 2 – TIPOS DE COMPONENTES Y SISTEMAS

### 2.1 QUÉ ES UN COMPONENTE Y QUÉ ES UN SISTEMA

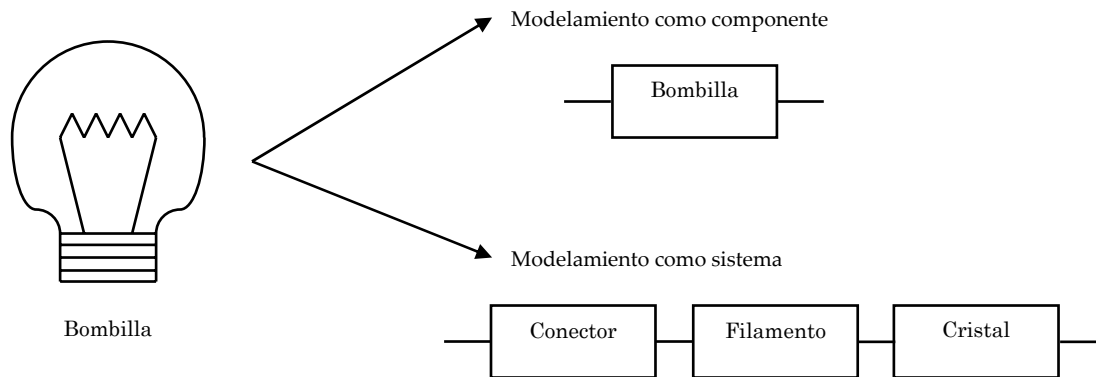


Figura 2.1 Ejemplo de modelamiento de un ítem como componente o sistema

La confiabilidad de un ítem dado depende de la confiabilidad de los componentes que lo conforman y de su configuración operativa, es decir, de sus modos de falla.

Si para un ítem dado interesa estudiar el efecto sobre su confiabilidad de la confiabilidad individual de cada uno de sus componentes y de su configuración operativa, el ítem debe ser tratado como un sistema.

Sí por el contrario, solo se desea estudiar la confiabilidad del ítem como un todo sin detallar en lo que sucede internamente, éste puede ser tratado como un componente.

En la Figura 2.1 se presenta un ejemplo de un ítem que es tratado como componente y como sistema.

Ascher y Feingold en la Referencia [1], presentan las siguientes definiciones:

Parte	Un ítem que no es sujeto a desensamblaje y se descarta la primera vez que falla.
Socket	Una posición en un circuito o equipo que en un momento dado porta una parte de un tipo dado.
Sistema	Una colección de dos o más sockets con sus partes asociadas los cuales están interconectados para realizar una o más funciones. Un sistema puede ser considerado como una “parte” de un sistema mayor.

En este documento se adoptan las siguientes definiciones:

<i>Se denomina componente a una parte, subsistema o sistema que será modelado como un ítem que hace parte de un sistema o que se estudiará aislado en forma global.</i>
<i>Se denomina sistema a una conjunto de componentes o subsistemas</i>

Así, las definiciones de componente y sistema son intercambiables, su uso depende del tipo de estudio a realizar.

## 2.2 CLASIFICACIÓN DE COMPONENTES Y SISTEMAS POR TIPO DE FUNCIONAMIENTO

### 2.2.1 Orientados a una misión

Deben operar sin falla durante un tiempo estipulado que se denomina “tiempo de misión”. Se aceptan fallas de algunos de los subcomponentes siempre y cuando el componente o sistema continúe cumpliendo su función.

En este tipo de componentes y sistemas, existen dos formas operativas:

- El componente o sistema empieza a operar una vez se chequea y se encuentra operable.

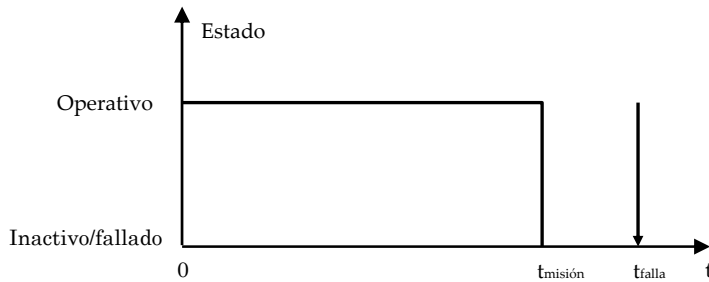


Figura 2.2 Ciclo operativo de un componente o sistema orientado a una misión

Ejemplos
Avión, cohete; en estos casos el tiempo de misión es el tiempo de vuelo

- El componente o sistema queda activo (“idle”) una vez se chequea y se encuentra operable. Después de un tiempo aleatorio empieza su misión.

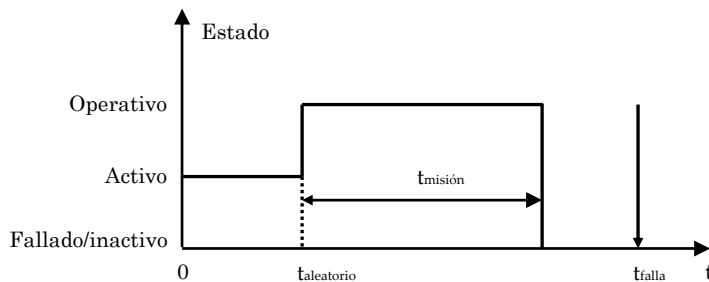


Figura 2.3 Ciclo operativo de un componente o sistema cuya misión empieza después de un tiempo aleatorio

Ejemplos
Relés de protección, alarma; En el primer caso, el tiempo de misión es el tiempo para disparo o setting del relé. El tiempo aleatorio en que se inicia la misión es el tiempo en que ocurre la falla en el componente o sistema protegido (no en el relé)

Para estos componentes o sistemas se establece la función de vida con la cual se puede determinar el tiempo esperado para falla o “vida media del componente”. Como las fallas son eventos de naturaleza aleatoria, la función de vida es una función de probabilidad.

Estos componentes o sistemas pueden someterse a procesos de reparación una vez fallan, o de mantenimiento preventivo una vez cumplen su misión. Generalmente, estos procesos no se incluyen en el

modelamiento que del componente o sistema se hace para la misión, por lo cual, se consideran “no reparables”. Sin embargo, no siempre tiene que ser así, pues también se puede modelar toda la vida operativa del componente o sistema (proceso de nacimiento y muerte).

**2.2.2 Continuamente operados**

Operan en forma continua. Se toleran los estados de indisponibilidad siempre y cuando estos no sean muy frecuentes o muy prolongados.

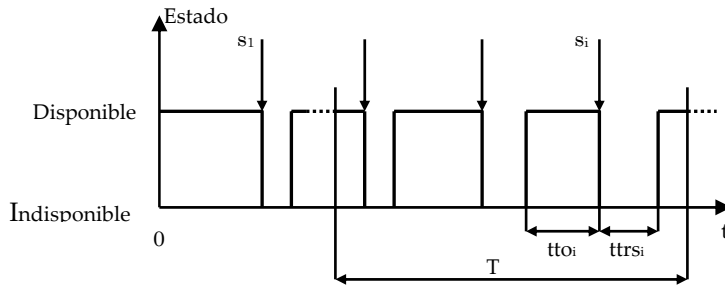


Figura 2.4 Ciclo operativo de un componente o sistema continuamente operado

Ejemplos	
Sistema eléctrico de potencia, Sistema de TV por cable, radiodifusión, sistema de agua potable, refrigerador.	

En estos componentes y sistemas se habla en general de las “salidas” que afectan su disponibilidad. Las salidas pueden ser:

Tipo de salida	Descripción	Ejemplo
No planeadas	No se conoce cuándo ocurrirán	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fallas propia de componente o sistema</li> <li>Vandalismo</li> <li>Incendios, inundaciones, terremotos, etc</li> </ul>
Planeadas	Se conoce de antemano cuándo ocurrirán. Se pueden posponer	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mantenimiento preventivo</li> <li>Ampliación/mejoramiento del sistema</li> <li>Solicitud de entidad externa</li> </ul>

Las salidas definen la secuencia operativa o secuencia de estados de disponibilidad e indisponibilidad mostrada en la Figura 2.4.

No se consideran en la secuencia mostrada: salidas simultáneas, que el componente pueda ser reparado mientras opera (falla parcial), ni que el componente vuelva a fallar mientras es reparado.

Cada salida ( $s_i$ ) tiene asociado un tiempo para salida ( $t_{toi}$ ) y un tiempo para restauración ( $t_{trsi}$ ), los cuales son independientes entre sí en cuanto a su duración.

Los  $t_{toi}$  de las salidas no planeadas son aleatorios; para las salidas planeadas son determinísticos, al menos para el corto plazo.

Los tiempos para restauración se denominan tiempos para reparación si la salida es no planeada; para las salidas planeadas se denomina tiempo para reconexión.

En general, los tiempos para restauración son aleatorios sin importar que la salida sea planeada o no planeada pues dependen del tipo de falla, la ubicación del componente que falló, la cantidad de personal y equipo para las actividades de mantenimiento, el entrenamiento del personal de mantenimiento, etc.

El cero en la secuencia operativa es el momento en el cual el componente inicia su operación “nuevo”. Sin embargo, usualmente solo se dispone de una muestra de datos registrados durante un periodo de tiempo T. El número de fallas en un periodo de tiempo T es aleatorio.

Estos componentes o sistemas pueden tener subcomponentes de tipo orientado a una misión los cuales, cuando fallan, se reparan mediante el reemplazo.

En este tipo de componente o sistema interesa conocer para un periodo de tiempo dado, generalmente de un año, cuál es la fracción de tiempo en la cual se encuentra cumpliendo su función u operando.

En el modelamiento del componente se incluyen los procesos de restauración de las salidas, por lo cual, se consideran “reparables”.

**2.2.3 Reparables y no reparables**

<p>Sistema o componente no reparable</p>	<p>Aquel que se descarta la primera vez que deja de operar satisfactoriamente (falla). Ejemplos: Pastilla de frenos, empaque plástico, aislador eléctrico</p>
<p>Sistema o componente reparable</p>	<p>Aquel que una vez falla en cumplir al menos una de sus funciones puede ser restaurado para que cumpla todas sus funciones mediante cualquier método (reparación, ajuste, etc.) excepto el reemplazo del componente o sistema completo. Ejemplos: Plancha eléctrica, sistema eléctrico de potencia</p>

Un sistema no reparable puede ser considerado como una “parte” de un sistema mayor no reparable o reparable; a su vez, el sistema no reparable también puede tener trayectorias reparables.

Un sistema reparable puede tener partes o subsistemas reparables y no reparables.

Como se observa, estas definiciones no permiten una clasificación única; un mismo ítem puede ser tratado como parte, como sistema reparable o como sistema no reparable; la aplicación de cada una de estas definiciones y del correspondiente tipo de modelamiento que cada una de ellas implica depende entonces del tipo de estudio de confiabilidad que se pretende realizar, es decir, de su nivel de detalle y objetivos.

**2.2.4 Cuál tipo de modelamiento utilizar?**

Un componente o sistema se puede considerar como orientado a una misión, continuamente operado, reparable o no reparable dependiendo del tipo de estudio a adelantar.

Tipo de componente o sistema	Modelo	Tipo de estudio
Orientado a una misión	Modelo no reparable	En estudios donde interesa la vida esperada del componente o sistema dentro de una misión.  Por ejemplo, para determinar la garantía que un fabricante puede ofrecer sobre el producto o para que el usuario determine el tiempo para reemplazo del componente.
	Modelo reparable	Estudios donde interesa el número esperado de misiones que puede servir antes de descartarlo.
Continuamente operado	Modelo reparable	Interesa estudiar la disponibilidad del componente y su efecto sobre el sistema al que pertenece.

Ejemplo: Un transformador de distribución
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El fabricante lo estudia con un modelo no reparable para determinar su vida esperada y ofrecer la garantía del producto. El modelo representará varios componentes iguales.</li> <li>• El operador del sistema lo estudia con un modelo reparable para incluirlo en los estudios de fallas o de disponibilidad a nivel de sistema. Si las reparaciones se hacen con reemplazo, el modelo considera componentes que proceden de diversos fabricantes y tienen diferente edad.</li> </ul>

### 2.3 TIPOS DE ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

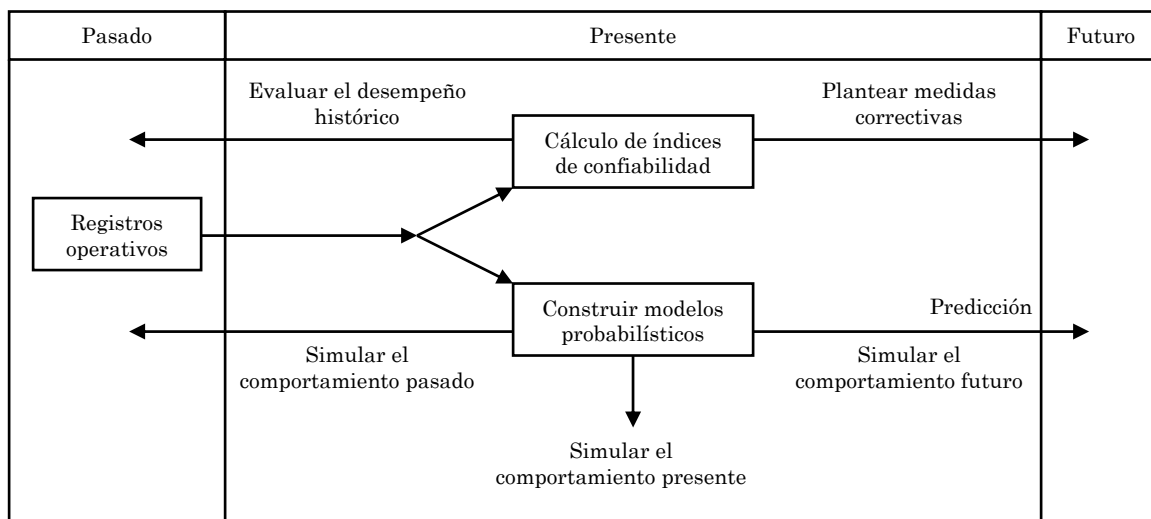


Figura 2.5 Tipos de análisis de confiabilidad de componentes

Basados en los registros operativos de un componente o grupo de componentes idénticos se pueden realizar las siguientes actividades:

1	Calcular índices de confiabilidad que son estadísticas descriptivas; por ejemplo, el tiempo promedio para falla, las horas de indisponibilidad por año, etc.
2	Construir modelos probabilísticos que representen al componente

Con los índices de confiabilidad se pueden hacer los siguientes análisis:

1	Evaluar el desempeño del componente con respecto a valores de referencia u objetivo
2	Plantear medidas correctivas para mejorar la confiabilidad del componente.

Con los modelos probabilísticos se pueden hacer los siguientes análisis:

1	Simular la operación pasada y presente del componente
2	Predecir el comportamiento futuro del componente

En este caso “simular” se refiere al hecho de que el modelo es una representación de un fenómeno real, no a que el método de solución sea numérico.

## 2.4 TIPOS DE MODELOS PROBABILÍSTICOS

### 2.4.1 Interno o externo

Modelo interno	Modelo externo
<p>Se plantea un modelo probabilístico en términos de las variables que describen el fenómeno físico, físico-químico, biofísico etc que produce la transición del estado “bueno” al estado “fallado”.</p> <p>Es decir se estudia lo que pasa dentro del componente.</p>	<p>Se plantea un modelo probabilístico únicamente en términos del tiempo de transición del estado “bueno” al estado “fallado”.</p> <p>Este modelo es “externo” pues no se ocupa de lo que sucede internamente en el componente para que pase del estado “bueno” al estado “fallado”.</p> <p>Este tipo de modelo es completamente estadístico.</p>

En este documento solo se trata el tipo de modelamiento externo; para ejemplos del modelamiento interno consultar la Referencia [5].

2.4.2 Dos estados o multiestado

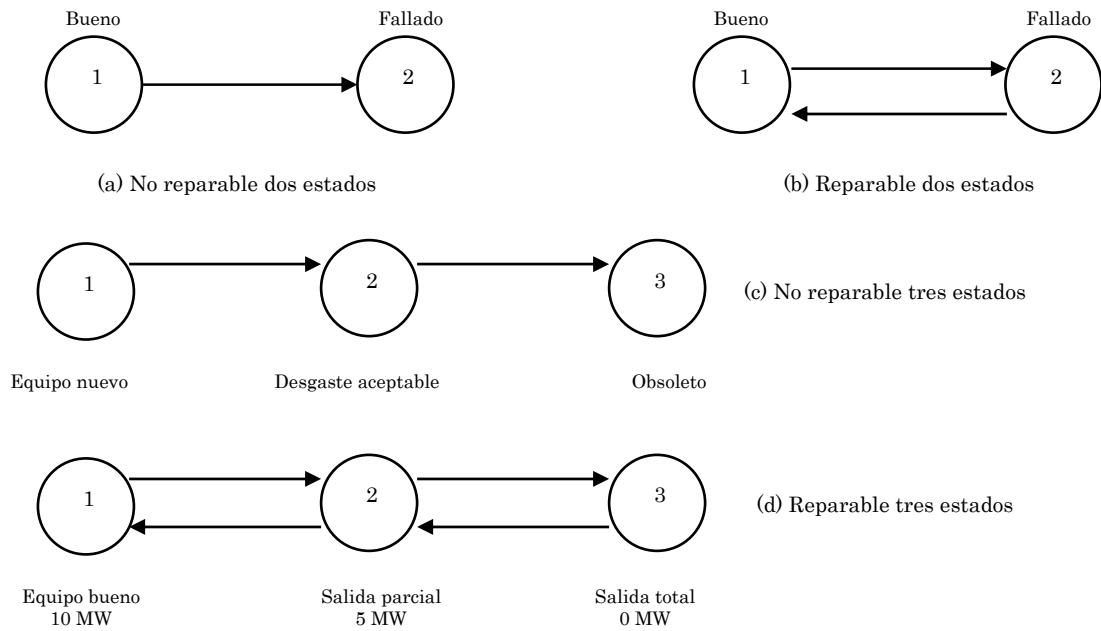


Figura 2.6 Ejemplos de diagramas de estados para componentes reparables y no reparables

Modelo de dos estados	Modelo multiestado
<p>En este modelo solo existen dos estados operativos de interés: el estado de operación satisfactoria y el estado de falla.</p> <p>Es el modelamiento más utilizado.</p> <p>Se utilizan distribuciones de probabilidad sencillas para el componente no reparable y procesos estocásticos para el componente reparable</p>	<p>En este modelo se definen varios estados operativos de interés.</p> <p>Cuando solo es posible la transición entre estados adyacentes, este modelo se denomina “proceso de nacimiento y muerte”.</p> <p>Se utilizan procesos estocásticos.</p>

En la figura 2.6 se presentan varios ejemplos de estos tipos de modelos.



### 2.5 REGISTROS OPERATIVOS REQUERIDOS

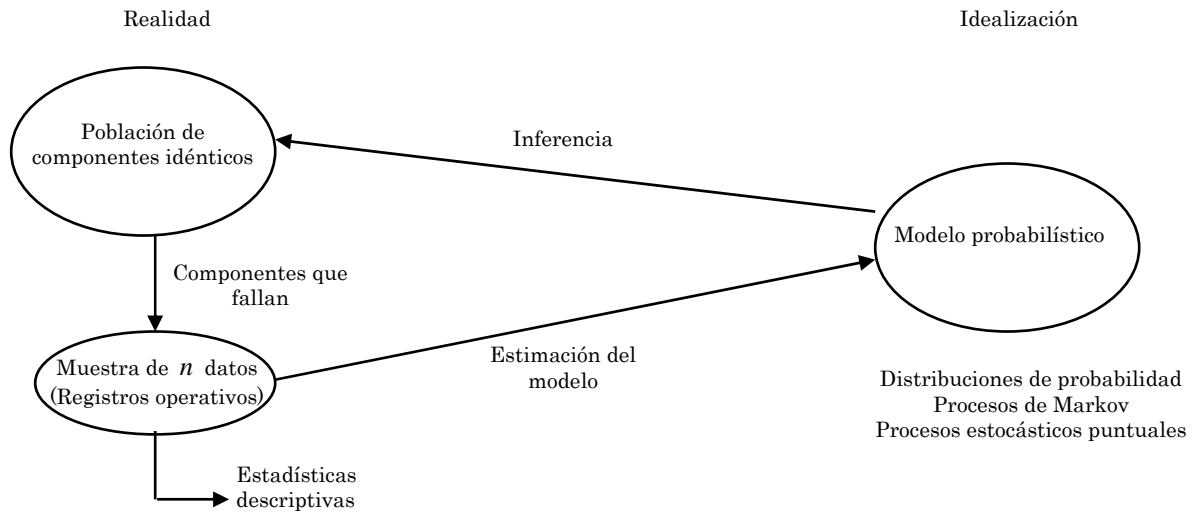


Figura 2.7 Procedimiento para construir modelos probabilísticos de componentes

En la Figura 2.7 se presenta el procedimiento de construcción de modelos probabilísticos y cálculo de los índices de confiabilidad; los registros operativos requeridos son:

Componente no reparable	Componente reparable
<p>Una muestra de <math>n</math> tiempos para falla <math>ttf_1, ttf_2, \dots, ttf_n</math>.</p> <p>Esta muestra corresponde a <math>n</math> componentes idénticos de una población dada que fallaron.</p>	<p>Una muestra de <math>n</math> tiempos para falla <math>ttf_1, ttf_2, \dots, ttf_n</math> con sus correspondientes tiempos para reparación <math>ttr_1, ttr_2, \dots, ttr_n</math>.</p> <p>Esta muestra puede corresponder a un componente que falló <math>n</math> veces ó a <math>n</math> fallas observadas en un grupo de componentes idénticos.</p>

Sin embargo, es común el disponer únicamente de la siguiente muestra:

Componente no reparable	Componente reparable
<p>El reporte de que <math>n</math> componentes idénticos de una población de tamaño <math>N</math> fallaron durante un periodo de observación <math>T</math>.</p>	<p>El reporte de que un componente ó un grupo de componentes idénticos de una población de tamaño <math>N</math> falló ó fallaron <math>n</math> veces durante un periodo de observación <math>T</math> y los correspondientes tiempos para reparación <math>ttr_1, ttr_2, \dots, ttr_n</math>.</p>

Nota: Si los componentes bajo estudio son de tipo lineal como líneas de transmisión, cables, tuberías, etc,  $N$  se expresa en unidades longitudinales, por ejemplo, en [km].

Este último tipo de muestra sólo permite calcular estadísticas descriptivas aproximadas que implican asumir la distribución exponencial, y por lo tanto, que los componentes están en su periodo de vida útil.

Es común el agrupar la información de varios componentes similares por las siguientes razones:

1	Se aumenta la muestra de datos. Esto es especialmente útil en componentes que tienen tasas de falla muy bajas o donde los tiempos de registro disponibles son pequeños
2	Se desea obtener índices de confiabilidad ó modelos probabilísticos para un solo componente que represente al grupo, no para cada uno de los componentes. Esta situación es común en sistemas con grandes cantidades de componentes del mismo tipo; por ejemplo, los sistemas de distribución de energía eléctrica

Algo muy importante a verificar cuando se hacen estas agrupaciones es la homogeneidad de la población y de los datos.

### 2.6 TASA DE FALLAS DURANTE LA VIDA DE UN COMPONENTE O SISTEMA

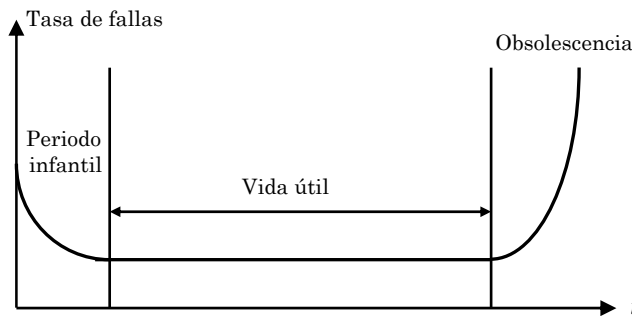


Figura 2.8 Tasa de fallas de un componente o sistema

*Se denomina tasa de fallas  $\lambda$  de un componente o sistema a la relación entre el número de fallas que experimenta el componente por unidad de tiempo en que se encuentra operando*

En confiabilidad es común asumir que la tasa de fallas durante la vida operativa de un componente reparable o no reparable sigue la curva en forma de tina (bath-tub) presentada en la Figura 2.8. La Referencia [3] cita que, al parecer, el origen de esta curva se remonta a 1693. Esta curva tiene tres periodos:

Infantil	Vida útil	Obsolescencia
<p>La tasa de fallas decrece con el tiempo.</p> <p>Las fallas ocurren debido a errores de diseño o fabricación.</p> <p>Una vez se revisa el diseño o se ajusta el componente empieza su vida útil.</p> <p>Otros nombres: early life, debugging time, break-in period, burn-in period.</p>	<p>La tasa de fallas es constante y tiene el valor más bajo.</p> <p>Las fallas ocurren en forma completamente aleatoria.</p> <p>Entonces, el asumir que un componente tiene tasa de fallas constante implica asumir que está en su vida útil y viceversa.</p>	<p>La tasa de fallas crece con el tiempo.</p> <p>Otros nombres: wear-out period.</p>

Si se asume que un componente tiene una tasa de fallas constante su función de vida será la distribución exponencial o el proceso de Poisson homogéneo y viceversa.

Dependiendo de la tasa de fallas encontrada en los registros operativos debe escogerse la distribución de probabilidad que modele los tiempos para falla del componente.

Algunos investigadores cuestionan la validez de esta curva [1], [3], sin embargo esta profusamente difundida en la literatura técnica y es ampliamente utilizada.

### 2.7 DIAGRAMAS DE RED

Un sistema se puede representar por medio de un diagrama de red, bloques o lógico en el cual, cada componente se representa como un bloque independiente de los otros componentes; la conexión entre componentes dependerá de la configuración operativa del sistema. Este tipo de modelamiento se puede aplicar si el sistema es una estructura monotónica, aquella donde se cumple que:

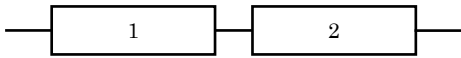

1	Cada componente solo tiene dos estados: “bueno” y “fallado”, “disponible” e “indisponible”, etc.
2	El sistema solo tiene dos estados: “bueno” y “fallado”, “disponible” e “indisponible”, etc.
3	El sistema está operando si todos los componentes están operando.
4	El sistema está fallado o indisponible si todos los componentes han fallado o están indisponibles
5	La falla de un componente en un sistema ya fallado no puede restaurar el sistema a la operación
6	La reparación de un componente en un sistema operativo no puede causar la falla del sistema.

Un diagrama de red indica cuáles combinaciones de fallas de los componentes resultarán en la falla del sistema. Si un componente falla o está indisponible, se remueve del diagrama de red. Si se retiran suficientes bloques del diagrama de red de tal forma que se interrumpe la conexión entre los puntos de entrada y salida, el sistema ha fallado o queda indisponible.

Para modelar un sistema por medio de un diagrama de red se sigue el siguiente procedimiento:

1	Dividir el sistema en componentes	Los modos de falla de las secciones o subsistemas del sistema que se representen como bloques del diagrama de red <u>tienen que ser independientes</u> entre sí.  Debido a la dependencia entre los modos de falla de los componentes y a lo complejo de las configuraciones operativas, a veces, puede ser difícil establecer el diagrama de red de un sistema.
2	Conectar entre sí los componentes según la configuración operativa del sistema	Se definen las conexiones básicas serie y paralelo desde el punto de vista de confiabilidad. Otras conexiones más complejas también son posibles.

Los tipos básicos de conexión de los bloques de un diagrama de red son:

Conexión serie	Conexión paralelo
 <p>Dos componentes están en serie desde el punto de vista de confiabilidad si ambos deben operar para que el sistema opere. Si uno de los componentes falla, el sistema falla.</p> <p>Esta conexión representa un sistema no redundante.</p>	 <p>Dos componentes están en paralelo desde el punto de vista de confiabilidad si únicamente un componente debe operar para que el sistema opere. Todos los componentes deben fallar para que el sistema falle.</p> <p>Esta conexión representa un sistema redundante.</p>

Tener en cuenta que:

1	<p>El diagrama de red y el sistema real no tienen necesariamente la misma topología.</p> <p>La topología física indica cómo están conectados entre sí los componentes en el sistema real, mientras que la topología del diagrama de bloques representa la configuración operativa del sistema, es decir, sus modos de falla.</p>
2	<p>Un sistema físico con una estructura topológica definida puede tener diferentes topologías de red en cuanto a confiabilidad dependiendo de los requerimientos a los cuales es sometido.</p>

**EJEMPLO 2.1**

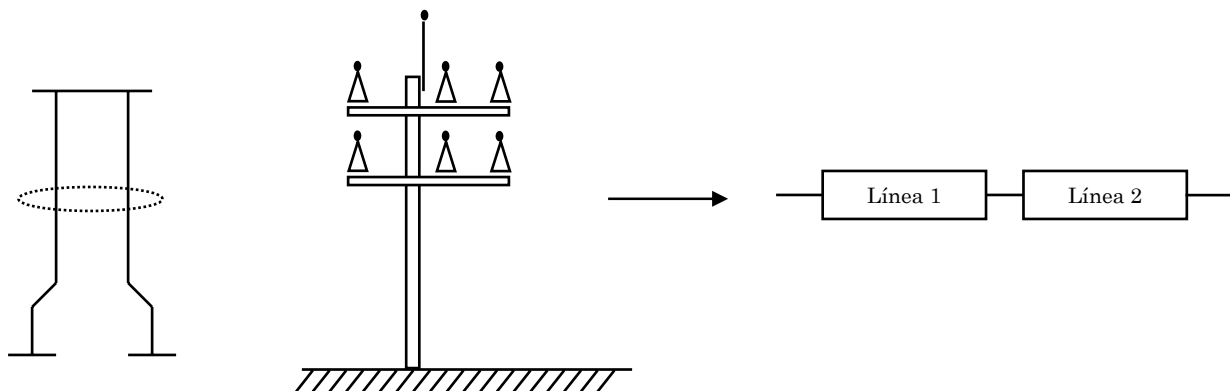


Figura 2.9 diagrama de red para dos líneas de distribución instaladas sobre la misma estructura

Un sistema eléctrico cuenta con dos líneas de distribución de media tensión las cuales salen de una misma subestación y van a dos puntos de producción diferentes. En la Figura 2.9 se muestra el diagrama eléctrico y la configuración física. Aunque las líneas de distribución están eléctricamente en paralelo, en cuanto a confiabilidad están conectadas en serie pues al compartir las mismas estructuras cualquier falla en éstas implica la salida de ambas líneas. Además, las labores de reparación o mantenimiento en una de las líneas requerirán la desconexión de la otra.

**EJEMPLO 2.2**

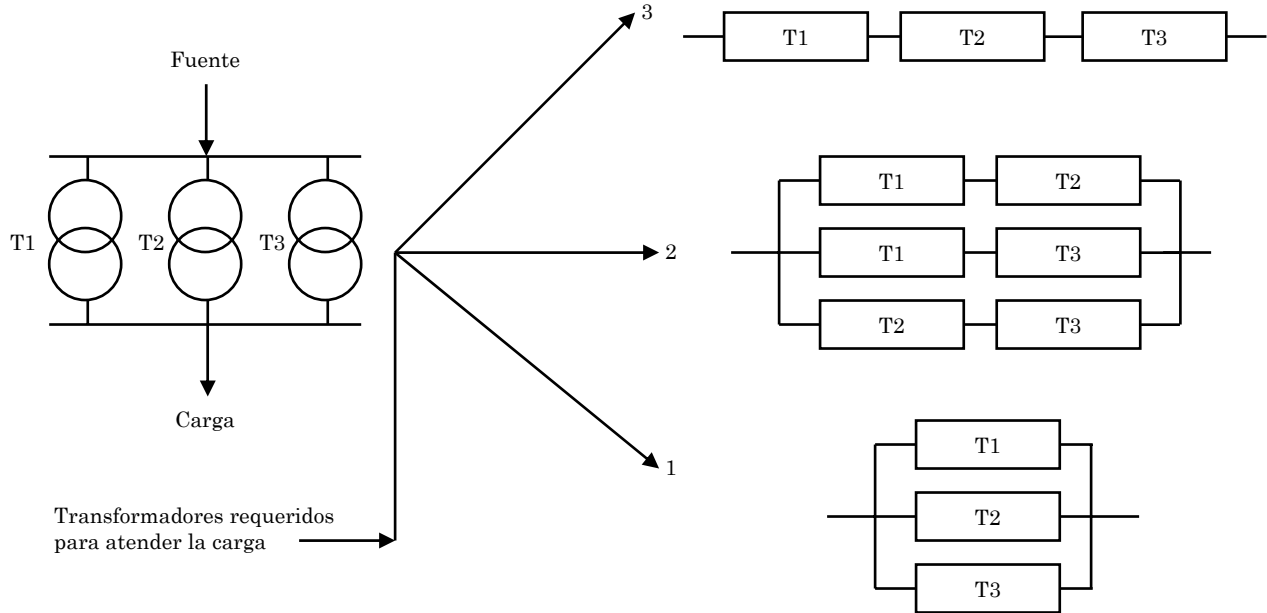


Figura 2.10 Diagramas de red para un sistema eléctrico con varios requerimientos operativos

Un sistema eléctrico cuenta con tres transformadores de distribución conectados en paralelo para atender una carga. En la Figura 2.10 se muestra el diagrama eléctrico y los diagramas de red de confiabilidad para diferentes requerimientos operativos.

## 2.8 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Billinton R, Allan R, “Reliability evaluation of engineering systems - Concepts and Techniques”, segunda edición, Plenum Press, 1992.
- [2] Torres A, “Probabilidad, variables aleatorias, confiabilidad y procesos estocásticos en ingeniería eléctrica”, Universidad de los Andes, 1996.
- [3] Anders G, “Probability concepts in electric power systems”, Wiley and Sons, 1990.
- [4] Cabau E, “Introducción a la concepción de la garantía de funcionamiento”, Cuaderno Técnico No. 144, Schneider Electric, 2000. Disponible en [www.schneiderelectric.es](http://www.schneiderelectric.es)
- [5] Sotskov B, “Fundamentos de la teoría y del cálculo de fiabilidad de elementos y dispositivos de automatización y técnica de cálculo”, Editorial Mir, 1972.
- [6] Tan Y, “Damage of a distribution transformer due to through-fault currents: An electrical forensics viewpoint”, IEEE Trans. Industry Applications, Vol. 38, No. 1, Enero/Febrero, 2002.
- [7] Whitrow G. J, “Einstein – The man and his achievement”, Dover publications, 1973.
- [8] Ross T. J, “Fuzzy logic with engineering applications”, Mc-Graw Hill, 1995.
- [9] Billinton R, Allan R, “Reliability evaluation of power systems”, Plenum Press, 1996.
- [10] CIGRE, “Power system reliability analysis – Application guide”, 1987.
- [11] IEEE, “Power system reliability evaluation”, tutorial course 82 EHO 195-8-PWR, IEEE, 1982.
- [12] Ascher H, Feingold H, “Repairable systems reliability: Modeling, inference, misconceptions and their causes”, Marcel Dekker, 1984.

### CAPÍTULO 3 – COMPONENTES NO REPARABLES

#### 3.1 MODELO DE DOS ESTADOS

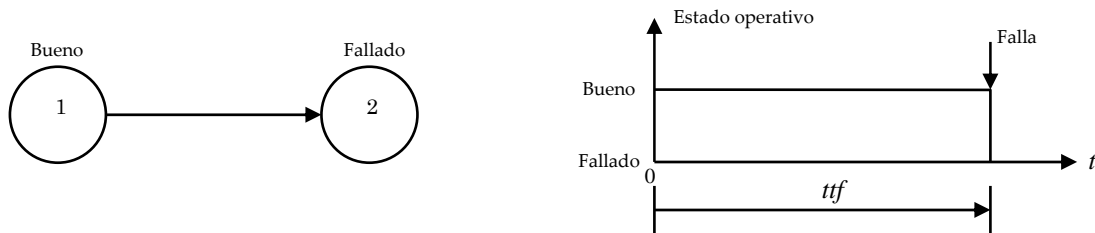


Figura 3.1 Diagrama de estados de un componente no reparable y su secuencia operativa en el tiempo

El modelo de confiabilidad básico y tradicional para componentes no reparables es el de dos estados que se muestra en la parte izquierda de la Figura 3.1. A la derecha de esta figura, se muestra la secuencia operativa del componente. La transición del estado “bueno” al estado “fallado” ocurre en un tiempo para falla aleatorio  $t_{ff}$  (time to failure), el cual indica cuánto vive el componente.

La variable  $t$  representa el tiempo de operación del componente. En  $t = 0$  el componente se pone en servicio estando nuevo y bueno. En  $t = \infty$  el componente habrá fallado.

El tiempo de operación  $t$  siempre se refiere a un periodo de tiempo que se encuentra referenciado con respecto al cero. No debe pensarse que  $t$  es un instante de tiempo.

La falla de un solo componente no reparable da:

1	Un dato de tiempo para falla
2	El registro de que ocurrió una falla en un periodo dado de observación $T$ , sin que necesariamente, se haya registrado el tiempo para falla del componente

Así, no es posible medir ni modelar la confiabilidad de un solo componente no reparable. Para esto, se requiere una muestra aleatoria representativa de tiempos para falla tomada de una población con  $N$  componentes idénticos al que interesa estudiar y en la cual  $n$  componentes fallaron. Esta muestra permite hallar el modelo de confiabilidad y los índices estadísticos de confiabilidad, tal como se ilustra en la Figura 3.2.

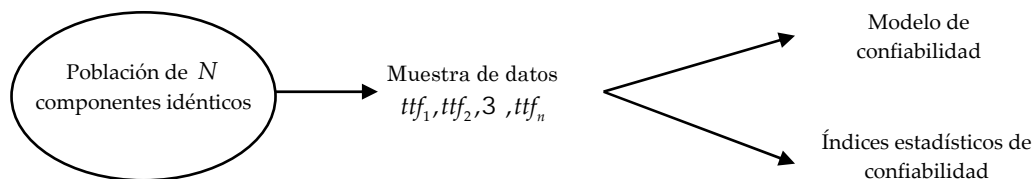


Figura 3.2 Muestra de tiempos para falla de componentes no reparables

El modelo de confiabilidad del componente no reparable es la función de distribución de probabilidad del tiempo para falla  $F(t)$  o la correspondiente función de densidad de probabilidad  $f(t)$ .

### 3.2 TOMA DE LA MUESTRA DE DATOS

La muestra de datos aleatoria y representativa puede tomarse:

1	Observando el proceso de fallas en la población de $N$ componentes hasta que se registren $n$ fallas.	En este caso, no se sabe cuál será el tiempo del estudio $T$ .
2	Observando el proceso de fallas en la población de $N$ componentes durante un periodo $T$ .	En este caso, no se sabe cuál será el tamaño de muestra $n$ .

En ambos casos, es importante conocer el error de estimación que existe para el tamaño de muestra  $n$ .

Tal como se muestra en la figura 3.3, cada  $ttf$  se mide con respecto al instante en el cual el componente fallado fue puesto en servicio estando nuevo. Es decir, no es necesario que todos los componentes se pongan a operar en el mismo instante de tiempo.

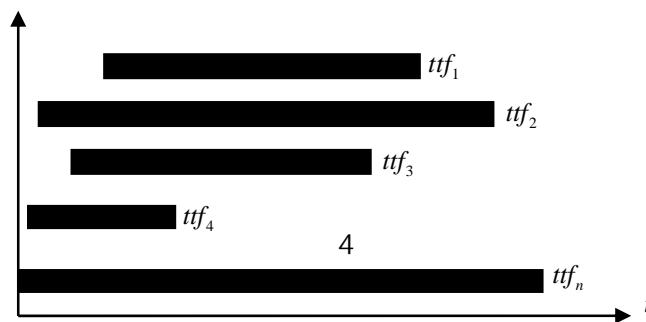


Figura 3.3 Muestra de tiempos para falla de componentes no reparables

En la práctica, es usual que la muestra de datos se tome de registros operativos y en muchas ocasiones aparecen los siguientes problemas:

1	Se tiene el registro de que $n$ fallas ocurrieron en un periodo $T$ pero no se cuenta con los tiempos para falla de cada uno de los componentes que fallaron.	En este caso, no se puede hallar el modelo de confiabilidad del componente, sólo índices estadísticos de confiabilidad.
2	Se tienen el registro del instante en que $n$ componentes fallaron en un periodo $T$ , pero no se conoce el instante en que estos componentes fueron puestos en servicio.	En este caso, no se puede hallar el modelo de confiabilidad del componente, sólo índices estadísticos de confiabilidad.
3	Se tienen los tiempos para falla de $n$ componentes que fallaron en un periodo $T$ pero no se conoce el tamaño de la población de componentes que estaba en servicio en este periodo.	En este caso, se puede hallar el modelo de confiabilidad del componente y los índices estadísticos de confiabilidad, pero no se puede establecer si esta muestra es representativa ni el error de estimación al utilizarla.



### 3.3 CÓMO CONSTRUIR EL MODELO PROBABILÍSTICO

Para hallar el modelo de confiabilidad de un componente no reparable, se recomienda aplicar el procedimiento mostrado en la Figura 3.4.

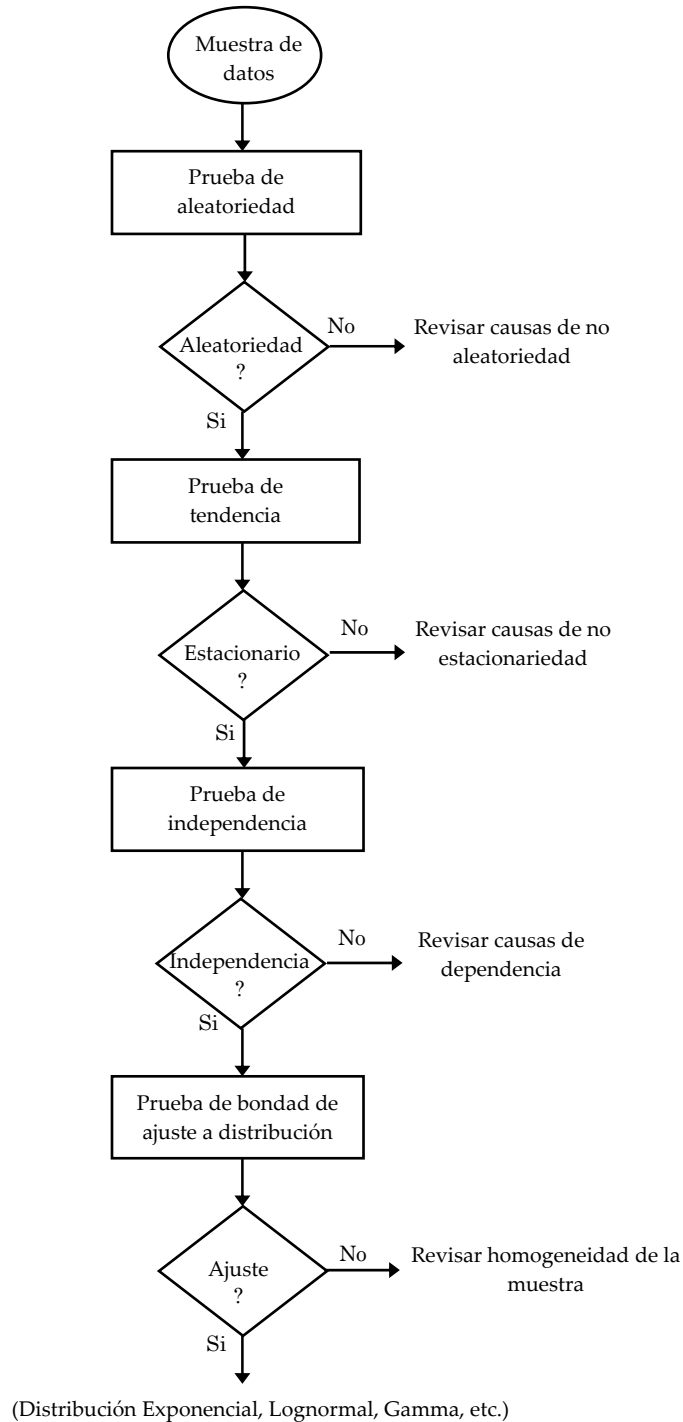


Figura 3.4 Procedimiento para hallar el modelo de confiabilidad de un componente no reparable

La aleatoriedad, tendencia e independencia se pueden hallar por medio de pruebas estadísticas o del análisis de las condiciones bajo las cuales se desarrolla el proceso de fallas de los componentes no reparables (razonamiento puro).

En la práctica, lo que ha sido recomendado en diversas referencias, es directamente probar el ajuste de los datos a una distribución, porque:

1	Los tiempos para falla son de naturaleza aleatoria
2	La falla de un componente es independiente de la falla de otros componentes
3	Sí los componentes bajo estudio son idénticos, tienen la misma distribución de probabilidad (homogeneidad)

Sin embargo, no se menciona en estos argumentos el concepto de tendencia.

Algo importante a tener en cuenta cuando se aplican las pruebas para la aleatoriedad, tendencia e independencia, es que si éstas se realizan sobre una muestra de tiempos para falla referenciados a un mismo origen, dichas pruebas fallan porque los datos aparecen cronológicamente ordenados en forma creciente. Así, en este caso, un procedimiento a seguir antes de aplicar estas pruebas es:

1	Obtener los tiempos inter-arribo de fallas $tbf$ (Time between failures). Ver la Figura 3.5.
2	Aplicar a la muestra de tiempos inter-arribo de fallas las pruebas de aleatoriedad, tendencia e independencia. Recordar, que para estas pruebas es obligatorio conservar el orden cronológico de los datos.

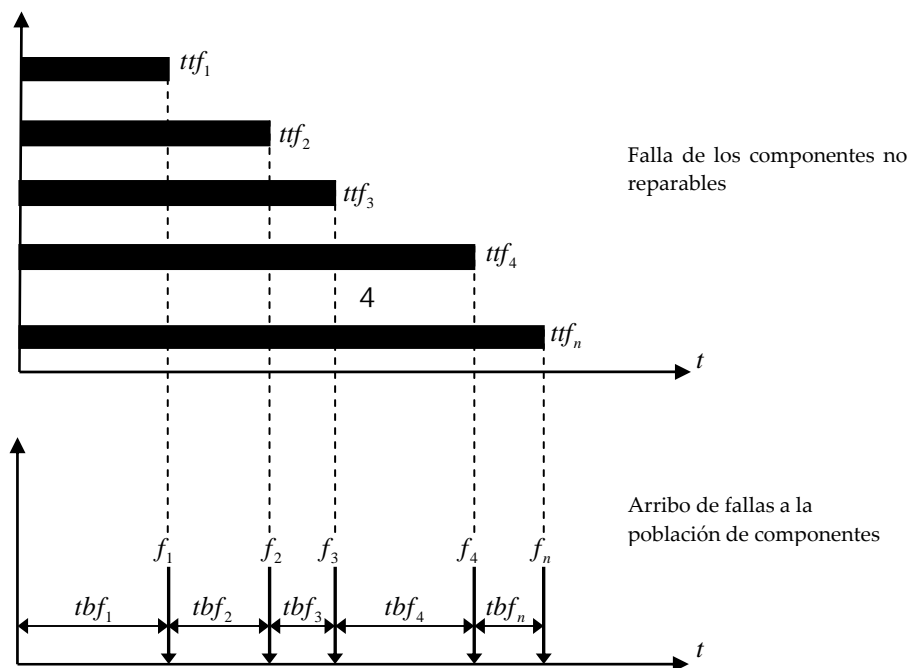


Figura 3.5 Cálculo de los tiempos inter-arribo de fallas

La muestra de tiempos inter-arribo de fallas también permite estudiar el proceso de llegada de fallas a la población de componentes no reparables.

### 3.4 EL MODELO DE CONFIABILIDAD DEL COMPONENTE

El modelo de confiabilidad del componente no reparable se define mediante:

$F(t)$	La función de distribución de probabilidad del tiempo para falla	$F(t) = P[ttf \leq t]$	$F(0) = P[ttf \leq 0] = 0$ $F(\infty) = P[ttf \leq \infty] = 1$
$f(t)$	La función de densidad de probabilidad del tiempo para falla	$f(t) = dF(t) / dt$	$F(t) = \int_0^t f(t)dt$

De este modelo también se definen:

$E(ttf)$	El valor medio o esperado de tiempo para falla del componente. También, es la vida media o esperada.	$E(ttf) = \int_0^{+\infty} t f(t).dt$
$VAR(ttf)$	La varianza del tiempo para falla del componente	$VAR(ttf) = \int_0^{+\infty} [t - E(t)]^2 f(t).dt$

El valor esperado es un pronóstico sobre cuánto vivirá el componente no reparable, no es el valor más probable ni el más frecuente.

La varianza indica cuanto se desviarán los tiempos para falla de los componentes con respecto al valor esperado. Es decir, indica lo acertado o pobre del pronóstico dado por el valor esperado.

La confiabilidad del componente no reparable se define como:

$R(t)$	Es la probabilidad de sobrevivir a un tiempo dado	$R(t) = 1 - F(t) = P[ttf > t]$	$R(0) = P[ttf > 0] = 1$ $R(\infty) = P[ttf > \infty] = 0$
--------	---	--------------------------------	--

El modelo probabilístico obtenido corresponde a un componente medio o típico que representa a cualquiera de los componentes de la población.

La relación entre las funciones  $F(t)$  y  $f(t)$  también se puede expresar de la siguiente forma:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{P[t < ttf \leq (t + \Delta t)]}{\Delta t}$$

De donde se obtiene que:

$$P[t < ttf \leq (t + \Delta t)] \approx f(t)\Delta t$$

### 3.5 LA TASA DE FALLAS

Considere un componente no reparable que ha operado hasta un tiempo  $t$  y se quiere conocer cuál es la probabilidad de que falle en un periodo subsiguiente  $\Delta t$ .

Definiendo:

$A$  : El evento de que el componente falle en  $\Delta t$

$B$  : El evento de que el componente sobreviva hasta  $t$

Se tiene que:

$$P[B] = P[ttf > t] = 1 - P[ttf \leq t] = 1 - F(t) = R(t)$$

$$P[A \cap B] = P[t \leq ttf \leq (t + \Delta t)] = F(t + \Delta t) - F(t) = R(t) - R(t + \Delta t)$$

$$P[A | B] = P[t < ttf \leq (t + \Delta t) | ttf > t]$$

$$P[A | B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)}$$

Dividiendo esta probabilidad condicional por  $\Delta t$  y haciendo que  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[A | B]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[t < ttf \leq (t + \Delta t) | ttf > t]}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \frac{1}{1 - F(t)}$$

Se obtiene la tasa de fallas  $\lambda(t)$ :

$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$
--

Las unidades de  $\lambda(t)$  son [1/unidad de tiempo] pero se le asigna [fallas/unidad de tiempo].

Nótese que:

$$P[t < ttf \leq (t + \Delta t) | ttf > t] \approx \lambda(t)\Delta t$$

En la Tabla 3.1 se presenta la ecuación de la tasa de fallas para varias distribuciones de probabilidad. En la Fig. 3.6 se presenta la forma de estas tasas de fallas. Como se observa, solo para la distribución exponencial  $\lambda(t)$  es constante.

Tabla 3.1 Tasa de fallas para algunas distribuciones de probabilidad

Distribución	Parámetros	$f(t)$	$\lambda(t)$
Exponencial	$\theta$	$\theta e^{-\theta t}$	$1/\theta$
Uniforme	$a$ $b$	$1/(b-a)$	$1/(b-t)$
Normal	$\mu$ $\sigma$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	Hallarla numéricamente
Weibull	$\alpha$ $\beta$	$\alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\alpha t^\beta}$	$\alpha * \beta * t^{\beta-1}$
Gamma	$\alpha$ $\beta$	$\frac{\beta^{-\alpha} t^{\alpha-1} e^{-\frac{t}{\beta}}}{\Gamma(\alpha)}$	Hallarla numéricamente
Pareto	$a$ $b$	$\frac{a}{b} * (\frac{b}{t})^{a+1}$	$a/t$

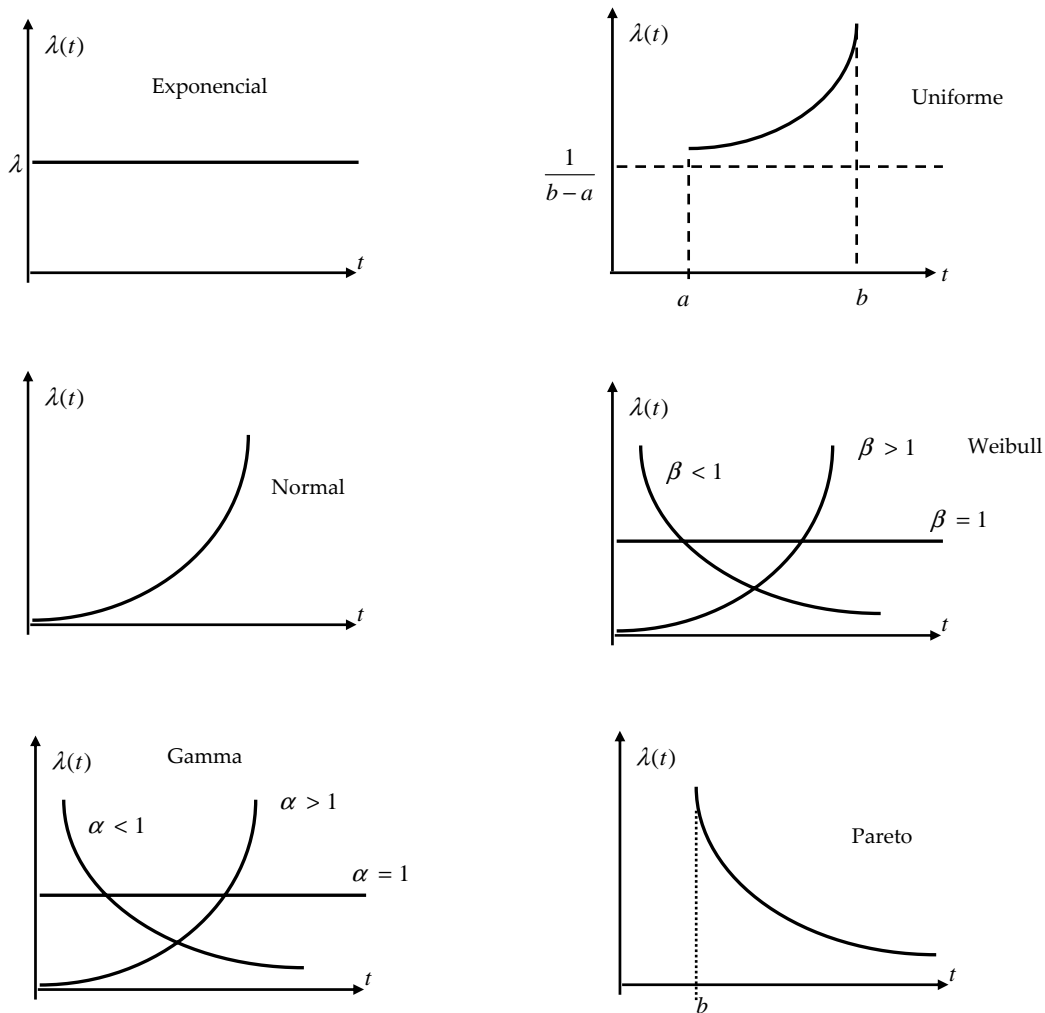


Figura 3.6 Forma de la tasa de fallas para varias distribuciones de probabilidad

La función general de confiabilidad de un componente no reparable es la relación entre la confiabilidad y su tasa de fallas. Esta función se obtiene de la siguiente manera:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{dF(t)}{dt} \frac{1}{R(t)} = \frac{d(1-R(t))}{dt} \frac{1}{R(t)} = -\frac{dR(t)}{dt} \frac{1}{R(t)}$$

$$\lambda(t)dt = -\frac{dR(t)}{R(t)}$$

$$\ln(R(t)) = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$$

Algunos errores de concepto con respecto a la tasa de fallas de un componente no reparable son:

1	$\lambda(t)$ es una tasa de ocurrencia de eventos	Esto no es cierto, ya que un componente no reparable no puede soportar varias fallas.
2	$\lambda(t)$ es una probabilidad	Esto no es cierto, ya que $\lambda(t)$ no es adimensional y sus valores pueden superar 1.0 en magnitud.

La tasa de fallas se refiere a lo susceptible que se hace el componente a la falla conforme pasa más tiempo en operación. Así,  $\lambda(t)$  indica su estado de confiabilidad: deterioro, mejora, o periodo de vida útil.

**EJEMPLO 3.1**

Se tiene la siguiente muestra de los tiempos de falla de 40 baterías de un mismo tipo:

Tiempos para falla [años]				
1.0132	0.9602	0.8494	0.9938	0.9309
0.9047	0.8218	0.8579	0.8307	0.9606
0.9161	0.6697	0.9438	0.7976	0.818
1.0665	1.148	0.8221	0.9608	0.8021
0.8575	0.9222	0.8416	1.143	1.1397
1.1172	1.0491	1.2209	1.0193	1.0017
1.0853	1.0351	1.0084	1.0985	0.9032
0.8767	1.0032	0.8174	0.8248	1.1209

Algunas distribuciones de probabilidad que se ajustan mediante la prueba Komogorov-Smirnov con nivel de confianza del 95%:

Normal	$\mu = 0.9538$ años y $\sigma = 0.1246$ años
Weibull	$\alpha = 1.0064$ años y $\beta = 9.1630$
Gamma	$\alpha = 58.5928$ y $\beta = 0.0163$ años
Uniforme	$a = 0.6697$ años y $b = 1.2209$ años
Lognormal	$\mu = -0.0557$ años y $\sigma = 0.1301$

Como se observa, todos estos modelos tienen tasa de fallas creciente.

Cualquiera de ellos es una representación válida desde el punto de vista estadístico, pero cuál se selecciona?

**EJEMPLO 3.2**

La función de vida de un transformador de distribución es la distribución exponencial con parámetro  $\lambda = 0.2$  fallas/año.

- Cómo se interpreta que la tasa de fallas sea constante?

La tasa de fallas constante significa que el componente está en su periodo de vida útil ya que su confiabilidad no mejora ni se deteriora.

- Cuál es el tiempo esperado para falla?

$$E(ttf) = 1 / 0.2 = 5 \text{ [años]}$$

- Cuál es la probabilidad de que un transformador de estos falle durante el primer año?

$$P[ttf \leq 1] = F(1) = 1 - e^{-0.2*1} = 18.12\%$$

- Cuál es la probabilidad de que un transformador de estos falle durante los primeros cinco años?

$$P[t_{tf} \leq 5] = F(5) = 1 - e^{-0.2*5} = 63.21\%$$

Aunque la vida media esperada es de 5 años, existe una probabilidad muy alta de que el transformador falle antes de dicho tiempo.

- Cuál es la probabilidad de que un transformador de estos NO falle durante los primeros 10 años?

$$P[t_{tf} > 10] = R(10) = e^{-0.2*10} = 13.53\%$$

### **EJEMPLO 3.3**

Un componente tiene una función de vida uniformemente distribuida durante un tiempo de vida máximo de 2400 horas

- Cómo es la tasa de fallas del componente y qué significa?

La tasa de fallas es creciente y significa que la confiabilidad del componente se deteriora desde el inicio de su vida.

- Cuál es el tiempo esperado para falla?

$$E(t_{tf}) = \frac{0 + 2400}{2} = 1200 \text{ [horas]}$$

- Cuál es la probabilidad de que un componente de estos falle durante las primeras 1200 horas?

$$P[t_{tf} \leq 1200] = F(1200) = \frac{1200}{2400} = 50\%$$

Aunque la vida media esperada es de 1200 horas años, existe una probabilidad muy alta de que el componente falle antes de dicho tiempo.

### **EJEMPLO 3.4**

La función de vida de una batería es la distribución Weibull con parámetros  $\alpha = 0.1$  horas y  $\beta = 0.5$ .

- Cómo es la tasa de fallas?

Como  $\beta < 1$ , la tasa de fallas es decreciente. Esto indica que la confiabilidad del componente mejora conforme pasa el tiempo.

- Cuál es el vida esperada de esta batería?

$$E(t_{tf}) = \alpha^{-(1/\beta)} * \Gamma(1 + \beta^{-1}) = 0.1^{-2.0} * \Gamma(1 + 2) = 0.1^{-2.0} * \Gamma(3) = 0.1^{-2.0} * 2 = 200 \text{ [horas]}$$



- Cuál es la probabilidad de que una batería de estas falle durante las primeras 200 horas?

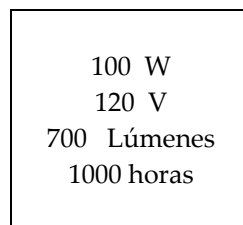
$$P[ttf \leq 200] = F(200) = 1 - e^{-\alpha \cdot x^\beta} = 1 - e^{-0.1 \cdot (200)^{0.5}} = 75.68\%$$

- Cuál es la probabilidad de que una batería de éstas viva más de 300 horas?

$$P[ttf > 300] = R(300) = e^{-\alpha \cdot x^\beta} = e^{-0.1 \cdot (300)^{0.5}} = 17.7\%$$

**EJEMPLO 3.5**

Una persona compra una bombilla con las siguientes características:



Si el valor esperado de vida de la bombilla es 1000 horas, cuál es la probabilidad de que la bombilla se dañe durante las primeras 1000 horas?

1000 horas es la vida media esperada, para evaluar la probabilidad de que la bombilla falle antes de este valor se debe conocer la función de vida del componente, por ejemplo:

- Si es Gaussiana:                      La probabilidad de falla antes de la vida esperada es del 50%
- Si es exponencial:                    La probabilidad de falla antes de la vida esperada es del 63.21%
- Si es uniforme:                        La probabilidad de falla antes de la vida esperada es del 50%

**EJEMPLO 3.6**

Una persona instala una cortina de luces navideñas que consta 2000 bombillas con una función de vida Gaussiana de valor medio 1000 horas y una desviación estándar de 200 horas.

- Cómo es la tasa de fallas del componente y qué significa?

La tasa de fallas es creciente y significa que este componente, desde el inicio de su vida, sufre deterioro.

- Cuántas bombillas puede esperarse que fallen en las primeras 1000 horas?

$$z = \frac{t - \mu}{\sigma} = \frac{700 - 1000}{200} = -1.5 \quad \rightarrow \quad F(t = 700) = P[z = -1.5] = 6.68\%$$

$$n = 2000 * 0.0668 = 133.6 \approx 134 \text{ bombillas.}$$

La probabilidad de que fallen 134 de las 2000 bombillas debe hallarse por medio de la distribución binomial o la aproximación de la distribución Gaussiana a la binomial.

- Cuántas bombillas puede esperarse que fallen entre las 900 y 1300 horas?

$$z_1 = \frac{t_1 - \mu}{\sigma} = \frac{1300 - 1000}{200} = +1.5 \quad \rightarrow \quad F(t = 1300) = P[z = +1.5] = 0.9332$$

$$z_2 = \frac{t_2 - \mu}{\sigma} = \frac{900 - 1000}{200} = -0.5 \quad \rightarrow \quad F(t = 900) = P[z = -0.5] = 0.3085$$

$$F(900 \leq t \leq 1300) = F(1300) - F(900) = P[z_1] - P[z_2] = 0.9332 - 0.3085 = 0.6247$$

$$n = 2000 * 0.6247 = 1249.4 \approx 1250 \text{ bombillas.}$$

La probabilidad de que fallen 1250 de las 2000 bombillas debe hallarse por medio de la distribución binomial o la aproximación de la distribución Gaussiana a la binomial.

- Después de qué periodo de tiempo se espera que haya fallado el 10% de las bombillas?

Hay que determinar el valor de  $z$  para el cual  $P[z]=0.1$

$$\begin{aligned} \text{De tablas:} \quad z = -1.28 & \quad \rightarrow \quad P = 0.1003 \\ z = -1.29 & \quad \rightarrow \quad P = 0.0985 \end{aligned}$$

$$\text{Interpolando:} \quad P[z = -1.2817] = 0.1$$

$$-1.2817 = \frac{t - 1000}{200} \quad \rightarrow \quad t = 743.7 \text{ horas}$$

### 3.6 ÍNDICES ESTADÍSTICOS DE CONFIABILIDAD

#### 3.6.1 Tasa promedio de fallas $\lambda$

$\lambda = n / (N * T)$
$\lambda = (\sum_{j=1}^k n_j) / (\sum_{j=1}^k N_j * T_j)$

La primera ecuación se aplica cuando se ha registrado que durante un tiempo de estudio  $T$ , fallaron  $n$  componentes en una población de tamaño  $N$  pero no se tienen los tiempos de falla de cada uno de los componentes.

La segunda ecuación se aplica cuando la población de componentes bajo estudio varía y en cada subperiodo  $T_j$  se inició con  $N_j$  componentes en operación y de éstos  $n_j$  fallaron.

$\lambda$  tiene unidades de [fallas/año-componente] ó [fallas/año-km] para componentes longitudinales.

#### 3.6.2 Tiempo promedio para falla $\overline{tff}$

$\overline{tff} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n tff_i$
---

Para aplicar esta ecuación se requiere tener una muestra de tiempos para falla  $tff_1, tff_2, \dots, tff_n$ ; no se requiere conocer el tamaño de la población de componentes.

$\overline{tff}$  es el estimador del tiempo esperado para falla, es decir,  $\overline{tff} = \hat{E}(tff)$ . La calidad de este estimador depende del tamaño de la muestra (Ley Fuerte de los Grandes Números).

#### 3.6.3 Relación entre $\overline{tff}$ y $\lambda$

Si se tiene el cálculo de  $\overline{tff}$  o  $\lambda$ , el otro índice puede hallarse mediante la relación:

$\overline{tff} = 1 / \lambda \qquad \lambda = 1 / \overline{tff}$
--

Los valores de  $\overline{tff}$  obtenidos mediante esta ecuación son muy altos ya que se asume que la tasa de eventos del componente es constante.

#### 3.6.4 Calculo de los índices por subperiodos

Obsérvese que mientras la tasa de fallas del modelo probabilístico puede ser una función creciente o decreciente en el tiempo, la tasa de fallas promedia siempre es una constante.

Por lo tanto, es recomendable calcular la tasa de fallas promedia para varios sub-intervalos del periodo de observaciones  $T$  para observar en una gráfica su comportamiento y así poder seleccionar el modelo probabilístico que incorpore apropiadamente este comportamiento.

**EJEMPLO 3.7**

Las estadísticas para falla de transformadores en un sistema eléctrico con 100 de estos equipos son:

Año	Fallas
1	17
2	15
3	25
4	22
5	18
6	23
Σ años = 6	Σ fallas = 120

$$\lambda = n / (N * T) = 120 / (100 * 6) = 0.2 \text{ fallas/año-transformador}$$

$$\overline{tff} = 1 / \lambda = 1 / 0.2 = 5 \text{ [años] para falla de un transformador}$$

Algunos comentarios respecto a estos cálculos:

1	No se conocen los tiempos para falla, por lo cual, no se puede obtener el modelo probabilístico.
2	La tasa de fallas calculada es un estimado pues no se tienen los tiempos para falla
3	La tasa de fallas calculada se refiere a un equipo típico o promedio que representa a toda la población
4	El tiempo promedio para falla calculado es un estimado que asume que la tasa de fallas es constante

**EJEMPLO 3.8**

Para un rodamiento dado se tienen los siguientes registros para falla:

Año	Población	Fallas
2005	100	5
2006	125	7
2007	98	4
2008	110	6
2009	115	6
	548	28

$$\lambda = \frac{\sum_{j=1}^k n_j}{\sum_{j=1}^k N_j * T_j} = \frac{5+7+4+6+6}{100*1+125*1+98*1+110*1+115*1}$$

$$\lambda = \frac{28}{548} = 0.05109 \text{ [fallas/año-rodamiento]}$$

$$\overline{tff} = 1 / \lambda = 1 / 0.05109 = 19.57 \text{ [años] para falla de un rodamiento}$$

### 3.7 VIDA RESIDUAL

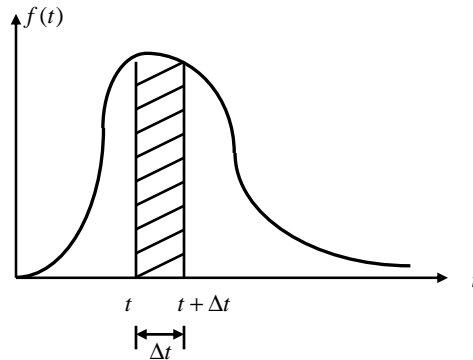


Figura 3.7 Vida residual de un componente no reparable

Considere un componente no reparable que ha operado hasta un tiempo  $t$ .

La probabilidad de falla en un intervalo de tiempo subsiguiente  $\Delta t$  es dependiente del comportamiento hasta el tiempo  $t$ .

Hay dos formas de valorar la vida residual del componente:

Probabilidad de falla	Confiabilidad
<p>Sean:</p> <p><math>A</math> : El evento de fallar en el periodo de tiempo <math>\Delta t</math>  <math>B</math> : El evento de funcionar hasta el tiempo <math>t</math></p> $P[A   B] = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = F(\Delta t)$ $F(\Delta t) = \frac{\int_t^{t+\Delta t} f(t)dt}{\int_t^{\infty} f(t)dt} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)}$	<p>Sean:</p> <p><math>A</math> : El evento de sobrevivir un periodo de tiempo <math>\Delta t</math>  <math>B</math> : El evento de sobrevivir al tiempo <math>t</math></p> $P[A   B] = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = R(\Delta t)$ $R(\Delta t) = \frac{\int_{t+\Delta t}^{\infty} f(t)dt}{\int_t^{\infty} f(t)dt} = \frac{R(t + \Delta t)}{R(t)}$

El análisis presentado también se denomina probabilidad de falla a-posteriori.

**EJEMPLO 3.9**

Un transformador de potencia típico tiene una función de vida Gausiana con  $\mu = 45$  años y  $\sigma = 10$  años.

- Cómo es la tasa de fallas de este componente?

La tasa de fallas creciente, lo cual quiere decir que el componente está en su etapa de obsolescencia.

- Si el transformador no ha fallado en los primeros 30 años, cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 20 años?

$$F(20) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{F(30 + 20) - F(30)}{1 - F(30)} = \frac{0.6915 - 0.0668}{1 - 0.0668} = 0.6694$$

- Si el transformador no ha fallado en los primeros 30 años, cuál es la probabilidad de que sobreviva 20 años más?

$$R(20) = \frac{R(t + \Delta t)}{R(t)} = \frac{1 - F(t + \Delta t)}{1 - F(t)} = \frac{1 - F(30 + 20)}{1 - F(30)} = \frac{1 - 0.6915}{1 - 0.0668} = 0.3306$$

- Si el transformador no ha fallado en los primeros 40 años, cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 20 años?

$$F(20) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{F(40 + 20) - F(40)}{1 - F(40)} = \frac{0.9332 - 0.3085}{1 - 0.3085} = 0.9043$$

- Si el transformador no ha fallado en los primeros 50 años, cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 20 años?

$$F(20) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{F(50 + 20) - F(50)}{1 - F(50)} = \frac{0.9938 - 0.6915}{1 - 0.6915} = 0.9799$$

Conforme el transformador está más tiempo en servicio, la probabilidad de fallar en los siguientes 20 años es cada vez mayor. Esto sucede porque la tasa de fallas es creciente.

**EJEMPLO 3.10**

Para un componente dado se encuentra que su función de vida es exponencial con valor esperado de 5 años.

- Modelo de vida

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{1}{\theta}t} \quad E(t) = \theta \quad \lambda(t) = 1/\theta$$

$$\lambda = 1/E(x) = 1/5 = 0.2 \text{ años para falla}$$

La tasa de fallas es constante, lo cual indica que el componente no presenta envejecimiento ni mejora en su confiabilidad.

- Si un componente de éstos no ha fallado en 3 años, cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 2 años?

$$F(2) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{F(3 + 2) - F(3)}{1 - F(3)} = \frac{0.6321 - 0.4512}{1 - 0.4512} = 0.3297$$

- Si un componente de éstos no ha fallado en 4 años, cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 2 años?

$$F(2) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{F(4 + 2) - F(4)}{1 - F(4)} = \frac{0.6988 - 0.5507}{1 - 0.5507} = 0.3297$$

- Si un componente de éstos no ha fallado en 5 años, cuál es la probabilidad de que falle en los siguientes 2 años?

$$F(2) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{1 - F(t)} = \frac{F(5 + 2) - F(5)}{1 - F(5)} = \frac{0.7534 - 0.6321}{1 - 0.6321} = 0.3297$$

La probabilidad de fallar en los dos siguientes años es la misma sin importar cuánto ha vivido el componente!

Esto solo ocurre con el modelo exponencial y se debe a que la tasa de fallas es constante.

Por esto se dice que la distribución exponencial es un modelo “sin memoria”.

### 3.8 MODELO DE LLEGADA DE FALLAS AL GRUPO DE COMPONENTES

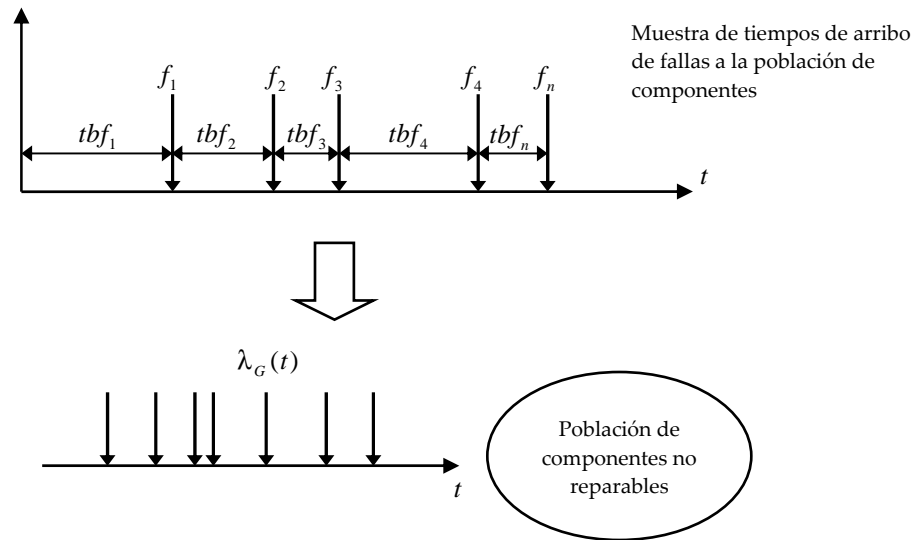


Figura 3.8 Llegada de fallas a la población de componentes no reparables

La muestra de tiempos inter-arribo de fallas se puede ajustar a un modelo puntual con función de intensidad  $\lambda_G(t)$  el cual representa el arribo de fallas a la población de componentes no reparables. Esto se presenta esquemáticamente en la Figura 3.8.

En este caso,  $\lambda_G(t)$  se define como:

$$\lambda_G(t) = \frac{dE[n(t)]}{dt}$$

Es decir,  $\lambda_G(t)$  si es una tasa de eventos, lo cual, es contrario a lo que sucede con  $\lambda(t)$ .

Este tipo de modelamiento es de especial interés cuando:

1	Se tiene una población infinita de componentes no reparables, por lo cual, el proceso de llegada de fallas a la población es infinito
2	Se tiene una población finita de componentes no reparables y se quiere comparar la función de intensidad de llegada de fallas con la tasa de fallas de los componentes.



**EJEMPLO 3.11**

Para el grupo de 40 baterías del ejemplo 3.1 se toman los tiempos entre fallas y se realiza el procedimiento de ajuste a un modelo puntual:

- Estadístico de Laplace:  $U_L = 5.9632$

Por lo cual, con un 95% de confianza se rechaza la hipótesis de que la tendencia de la muestra de tiempos inter-arribo de fallas tiene la tendencia de un proceso de Poisson homogéneo

- Estadístico de Lewis Robinson:  $U_{LR} = 1.7166$

Por lo cual, con un 95% de confianza se acepta la hipótesis de que la tendencia de la muestra de tiempos inter-arribo de fallas tiene la tendencia de un proceso de renovación

- La muestra de tiempos entre fallas es independiente (Probar esto)
- Aplicando la prueba de bondad de ajuste a procesos de renovación, se encuentra que con un 95% de confianza el modelo puntual que ajusta es:

Proceso de renovación Lognormal con parámetros  $\mu = -4.7744$  y  $\sigma = 1.6032$  y función de intensidad  $\lambda_G(t) = 32.7627$  fallas/año.